

RESPUESTAS:

1. NO son iguales. Si queremos trabajar con $\frac{1}{11}$ o $\frac{\pi}{3}$ la representación más correcta es ésta, ya que ninguno de estos números tienen representación decimal exacta.

Es decir, tan número es $\frac{1}{11}$ como 0.091, y el primero es más exacto en muchos casos. Por eso, el resultado de un ejercicio puede perfectamente ser $\frac{1}{11}$, y no conviene aproximarlos por cosas como 0.091.

2.

a) $\frac{1}{5}$, b) $-\frac{575}{78}$, c) 5, d) 9, e) 9,

f) 1, g) 2, h) (no existe), i) (no existe),

j) 1, k) $\frac{1}{e}$, l) 1, m) e ,

n) $3^{\frac{3}{2}} + 3^{\frac{1}{2}}$, ñ) $\frac{\ln(5) + \ln(x)}{\ln(5) - \ln(x)}$, o) $\frac{\ln(5+x)}{\ln(5-x)}$, p) $\frac{2(5+x)}{5x}$,

q) $\frac{3}{2}\ln(2)$, r) $3(\ln(x^2 - 1) - 3\ln(x))$.

3.

a) $+\infty$, b) $-\infty$, c) 1, d) (no existe),

e) 0, f) 1, g) $+\infty$, h) $-\infty$,

i) $+\infty$, j) 0, k) (no existe), l) 0,

m) $+\infty$, n) $+\infty$, o) $+\infty$, p) $+\infty$.

4.

a) $\frac{\sqrt{x^2 + 2x - 15}}{x - 3}$, b) $\frac{\sqrt{x^2 + 5x} + 3\sqrt{x + 5}}{x - 9}$, c) $\frac{\sqrt{x^2 + 5x} - 3\sqrt{x + 5}}{x - 9}$.

5. El único polinomio es f_4 .

6.

a) $f_1^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ b) $f_2^{-1}(x) = \arctan(x)$ c) $f_3^{-1}(x) = \ln(x)$

7. $A = (-\infty, 4)$.

8. a) $B = (-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$,

b) $C = (-\infty, -1)$.

9. $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ radianes. $30^\circ = \frac{\pi}{6}$ radianes.

Por supuesto, los ángulos los daremos SIEMPRE en radianes.

Ángulo	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
Coseno	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
Tangente	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\not\exists$	0	$\not\exists$	0
Cotangente	$\not\exists$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\not\exists$	0	$\not\exists$
Secante	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	$\not\exists$	-1	$\not\exists$	1
Cosecante	$\not\exists$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	$\not\exists$	-1	$\not\exists$

10.

11.

a) 0 b) $-\frac{1}{2}$.

12. No. arctan es la inversa de la función tangente (es decir, $\arctan(x) = \tan^{-1}(x)$).

1 partido por algo, $\frac{1}{\cdot}$, es la inversa sólo para la multiplicación.

13. El dominio de la función arco-tangente es todo \mathbb{R} . Su imagen es el intervalo $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

Los ángulos cuya tangente vale 1 son $\frac{\pi}{4} + k\pi$, para cualquier valor entero de k . Sin embargo $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$ porque como el arco tangente es una función debe asignar un único valor a cualquier punto del dominio. Para ello calculamos la inversa sólo de la rama principal de la función tangente.

14.

a) $f'_1(x) = \pi \cos(\pi x)$ b) $f'_2(x) = \frac{\pi}{\cos^2(\pi x)}$

c) $f'_3(x) = \frac{-2x^3 \tan x + \frac{x^4}{\cos^2 x} + \tan x + \frac{x}{\cos^2 x}}{(x^3 + 1)^2}$

d) $f'_4(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \operatorname{sen} x \ln x - \sqrt{x+1} (\cos x \ln x + \frac{\operatorname{sen} x}{x})}{\operatorname{sen}^2 x \ln^2 x}$

e) $f'_5(x) = \frac{\tan x \cdot 2x \tan x - (x^2 + 1) \frac{1}{\cos^2 x}}{x^2 + 1 \tan^2 x}$

f) $f'_6(x) = \frac{(e^x \ln(x-1) + \frac{e^x}{x-1}) \tan\left(\frac{e^x}{x^2-1}\right) - e^x \ln(x-1) \frac{1}{\cos^2\left(\frac{e^x}{x^2-1}\right)} \frac{e^x(x^2-1) - 2xe^x}{(x^2-1)^2}}{\tan^2\left(\frac{e^x}{x^2-1}\right)}$

15. Sólomente el segundo y el último podrían representar una función, ya que en todos los demás dibujos se asigna más de una imagen a algún valor de x .

16.

$$\operatorname{Dom}(\tan) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}, \quad \operatorname{Im}(\tan) = \mathbb{R}, \quad \not\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} \tan(x).$$

$$\operatorname{Dom}(\ln) = (0, +\infty), \quad \operatorname{Im}(\ln) = \mathbb{R}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty.$$

17. La función dibujada no tiene inversa puesto que no es inyectiva, ya que dos puntos distintos tienen la misma imagen.

18. $y = 3x - 7$.

19. $y = 4x - 5$.

20. Esos tres puntos no están alineados, por lo que no hay ninguna recta que los una.

21. La b).

22. $x = \frac{17 \pm \sqrt{229}}{6}$.

23. $x = 7$.

24. $x = 3, x = 2$ (doble).

25. $x = 3 + \ln(30)$.

26. a) $x^2 + y^2 = 4$,

b) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$,

c) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$.

27. $y = 2x^2$ es una parábola.

28. $x = 0$.