

Boletín 0 de Cálculo

o “*algunas cosas que tengo que saber perfectamente*”

1. ¿Son ciertas las siguientes igualdades:

$$\frac{1}{3^2 + 2} = 0.091 \quad \frac{\pi}{3} = 1.0472?$$

Si no son iguales, ¿cuál es la expresión más correcta en cada caso?

2. Calcula o simplifica cuando sea posible

a) $\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$, b) $\frac{5 + \frac{8}{3}}{\frac{7}{5} + 1 - 2}$, c) $\frac{5^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{5}}$, d) $3^{\frac{3}{2}}\sqrt{3}$, e) $3^{\frac{3}{2}}3^{\frac{1}{2}}$,

f) $\ln(e)$, g) $\ln(e^2)$, h) $\ln(0)$, i) $\ln(-1)$,

j) e^0 , k) e^{-1} , l) $e^{\ln(1)}$, m) $e^{\ln(e)}$,

n) $3^{\frac{3}{2}} + 3^{\frac{1}{2}}$, ñ) $\frac{\ln(5x)}{\ln(\frac{5}{x})}$, o) $\frac{\ln(5+x)}{\ln(5-x)}$, p) $\ln(e^2)e^{\ln(5+x)-\ln(5x)}$,

q) $\ln\sqrt{2^3}$, r) $\ln\left(\frac{x^2-1}{x^3}\right)^3$.

3. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x)$, b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x)$, c) $\lim_{x \rightarrow e} \ln(x)$, d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(x)$,

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$, f) $\lim_{x \rightarrow 0} e^x$, g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x$, h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x}$,

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}$, j) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x}$, k) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x}$, l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}$,

m) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}}$, n) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2$, o) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2$, p) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 5x^2 + 8)$.

4. Racionaliza

a) $\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-3}}$, b) $\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-3}}$, c) $\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x+3}}$.

5. ¿Cuáles de las siguientes funciones son polinomios?

a) $f_1(x) = x^{\frac{2}{3}} + 6x^{-3}$ b) $f_2(x) = x^{\frac{2}{3}} - 6x^3$
c) $f_3(x) = \frac{x^4 + 6x^3}{x^2 + 6x - 7}$ d) $f_4(x) = x^4 + 6x^3$

6. Calcula la inversa de las siguientes funciones.

a) $f_1(x) = x^3$ b) $f_2(x) = \tan(x)$ c) $f_3(x) = e^x$

7. El siguiente conjunto de puntos $A = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 5 < 7\}$, es

a) $A = (4, +\infty)$, b) $A = (-\infty, 4)$,
c) $A = (0, 4)$, d) $A = (-\infty, 12)$.

8. Calcula los siguientes conjuntos de puntos

a) $B = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 3x + 2 > 6\}$,

b) $C = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 5 < 7 \quad \text{y} \quad x^2 - 3x + 2 > 6\}$.

9. ¿Cuál es la relación entre los ángulos 45° y π radianes? ¿Cuánto vale en radianes 30° ?

Los ángulos se darán **SIEMPRE** en (márquese la que proceda).
 PISTA: Empieza por "r".

10. Completa la siguiente tabla con los valores correspondientes

| Ángulo | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π |
|------------|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------|------------------|--------|
| Seno | | | | | | | | |
| Coseno | | | | | | | | |
| Tangente | | | | | | | | |
| Cotangente | | | | | | | | |
| Secante | | | | | | | | |
| Cosecante | | | | | | | | |

11. Simplifica las siguientes expresiones utilizando relaciones trigonométrica:

a) $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi\right)}$

b) $\sin\left(2\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)$.

12. ¿Es cierto que $\frac{1}{\tan(x)} = \arctan(x)$? ¿Por qué?

13. ¿Cuál es el dominio de la función $f(x) = \arctan(x)$? ¿Y su imagen? ¿Cuáles son los ángulos cuya tangente vale 1? Sin embargo, ¿es correcto decir que $\arctan(1) = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$? ¿Por qué?

14. Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f_1(x) = \sin(\pi x)$,

b) $f_2(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\cos(\pi x)}$,

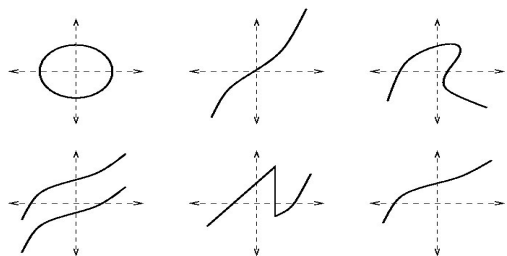
c) $f_3(x) = \frac{x \tan(x)}{x^3 + 1}$,

d) $f_4(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sin(x) \ln(x)}$,

e) $f_5(x) = \ln\left(\frac{x^2 + 1}{\tan(x)}\right)$,

f) $f_6(x) = \frac{e^x (\ln(x-1))}{\tan\left(\frac{e^x}{x^2 - 1}\right)}$.

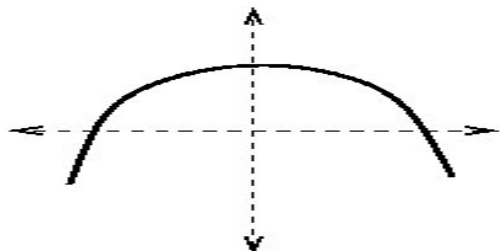
15. ¿Cuáles de los siguientes dibujos podrían representar el gráfico de una función? ¿Por qué?



16. Dibuja la gráfica de la función $f(x) = \tan(x)$. ¿Cuál es su dominio? ¿Cuál es su imagen? ¿Cuánto vale $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tan(x)$?

Dibuja la gráfica de la función $f(x) = \ln(x)$. ¿Cuál es su dominio? ¿Cuál es su imagen? ¿Cuánto vale $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x)$?

17. ¿Existe la inversa de la función que dibujamos a continuación? ¿Por qué?



18. Calcula la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, -1)$ y tiene pendiente 3.

19. Calcula la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(1, -1)$ y $(2, 3)$.

20. Calcula la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(0, 2)$, $(2, 1)$ y $(4, -1)$.

21. Para la ecuación $x(x - 3) = 1$ las soluciones son

a) $x = 1$ y $[x - 3 = 1 \Rightarrow x = 4]$.

b) $x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$.

c) $x = 0$ y $x = 3$.

22. Resuelve la ecuación $\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 5} = 3$.

23. Resuelve la ecuación $\sqrt{x - 3} + 5 = x$.

24. Resuelve la ecuación $(x - 3)(x^2 - 4x + 4) = 0$.

25. Resuelve $e^{x-3} = 30$.

26. Calcula las ecuaciones de las circunferencias

a) de centro $(0, 0)$ y radio 2,

b) de centro $(1, 2)$ y radio 3,

c) de centro $(-1, 2)$ y radio 4.

27. $y = 2x^2$ es una

a) Circunferencia,

b) Recta,

c) Parábola,

d) Hipérbola.

28. Una solución de $(x - 3)^4 + \sqrt{x + 1} + (x - 82) = 0$ es

a) $x = 1$,

b) $x = 0$,

c) $x = \sqrt[4]{\frac{2}{3}}$,

d) $x = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$.