CÁLCULO **TIPO A** **Facultad de Informática**
noviembre de 2005

Apellidos y Nombre: ______________________________

DNI: ______________________________

Titulación: ______________________________

NOTAS:

- **Blanco = 0 puntos; Bien = 0.5 puntos; Mal = -0.25** puntos.
- Sólo un apartado es correcto.
- No se permite el uso de calculadora, teléfono móvil ni de ningún otro dispositivo electrónico.
- El alumno debe cubrir, **cuando esté seguro de la opción elegida**, la casilla correspondiente en la fila **Respuesta** con la opción que considere correcta.
- Sólo se corregirán las respuestas marcadas en la siguiente tabla.

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total
Respuesta																					
Correcta																					

1. La clase de la función $f(x) = e^{|\operatorname{sen} x|}$ en $(-\pi, \pi)$ es

   a) 2 c) $+\infty$

   b) 1 d) Ninguna de las anteriores

2. ¿Qué valores deben tener las constantes a y b para que la siguiente función sea derivable en $x = 0$?

$$f(x) = \begin{cases} \ln\left(x^2 + (x+1)\, e^b\right) & x \leq 0 \\ a \cos x \arccos x & x > 0 \end{cases}$$

   a) $a = -1$, $b = \dfrac{\pi}{2}$ c) $a = -1$, $b = -\dfrac{\pi}{2}$

   b) $a = -1$, $b = -1$ d) Ninguna de las anteriores

3. Las raíces cúbicas del número complejo $\dfrac{27\sqrt{2}\,(1-i)}{\sqrt{2}\,(1+i)}$ son

   a) $3_{\frac{\pi}{6}},\ 3_{\frac{5\pi}{6}},\ 3_{\frac{9\pi}{6}}$

   b) $3_{\frac{\pi}{6}}$

   c) $3_0,\ 3_{\frac{2\pi}{3}},\ 3_{\frac{4\pi}{3}}$

   d) Ninguna de las anteriores

4. Consideramos la función $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$. El supremo de $\dfrac{|f''(c)|}{2!}\left|\dfrac{1}{2}-1\right|^2$, con $c \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$, es

   a) $\dfrac{1}{72\sqrt[3]{4}}$

   b) $\dfrac{4}{27\sqrt[3]{\frac{9}{4}}}$

   c) $\dfrac{1}{54\sqrt[3]{\frac{9}{4}}}$

   d) $\dfrac{1}{81}$

5. Se llama trompeta de Gabriel al sólido de revolución generado al girar en torno al eje OX la región no acotada comprendida entre la gráfica de la curva $f(x) = \dfrac{1}{x}$ y el eje OX cuando $x \geq 1$. ¿Cuál es el volumen, V, de esta trompeta?

   a) $+\infty$

   b) π

   c) 1

   d) Ninguna de las anteriores

6. ¿Qué cambio de variable debe aplicarse para resolver la integral $\displaystyle\int \frac{d\theta}{\operatorname{cosec}\theta - \tan\theta}$?

   a) $\operatorname{sen}\theta = t$

   b) $\cos\theta = t$

   c) $\tan\theta = t$

   d) Ninguna de las anteriores

7. Sea la función f dada por $f(x) = x^2 - 4$ y la partición $P = \{-2, -1, 0, 2\}$. Entonces las sumas superior e inferior de Riemann son

   a) $L(P, f) = -12$, $U(P, f) = -14$

   b) $L(P, f) = 12$, $U(P, f) = 14$

   c) $L(P, f) = -15$, $U(P, f) = -3$

   d) Ninguna de las anteriores

8. ¿Qué puntos de la gráfica de $y = 4 - x^2$ están más cerca del punto $(0, 2)$?

   a) $x = \pm\frac{3}{2}$, $y = \frac{7}{4}$ c) $x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$, $y = \frac{5}{2}$

   b) $x = 0$, $y = 4$ d) Ninguna de las anteriores

9. ¿Cuál es el volumen de un cuerpo cuya base está comprendida entre las tres rectas $y = 1 - \frac{x}{2}$, $y = -1 + \frac{x}{2}$ y $x = 0$, sabiendo que las secciones perpendiculares al eje OX son triángulos equiláteros?

   a) $V = \frac{8}{3}$ c) $\frac{2}{3}\pi$

   b) $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ d) Ninguna de las anteriores

10. Sea $p(x) = 1+3(x+2)-5(x+2)^3$ el polinomio de Taylor de orden 3 de una función f. Entonces

    a) $f(2) = 1$ y $f''(2) = 0$ c) $f(-2) = 1$ y $f^{(4}(-2) = 0$

    b) $f'(-2) = 3$ y $f''(-2) = 0$ d) $f'(-2) = 0$ y $f^{(3}(-2) = -5$

11. Sea $g(x) = -x^6 + 30x^4$. Entonces el resto de Taylor de orden 2 cuando $x_0 = 1$ viene dado para un $c \in [a, b]$ por

    a) $R_{2,1}(x) = \frac{(-30c^4 + 360c^2)}{2!}(x-1)^2$ c) 0, ya que g es un polinomio

    b) $R_{2,1}(x) = \frac{(-120c^3 + 720c)}{3!}(x-1)^3$ d) Ninguna de las anteriores

12. Una fuerza F arrastra un peso P a lo largo de un plano formando un ángulo de θ radianes. Si $F(\theta) = \frac{\mu P}{\mu \sin\theta + \cos\theta}$, donde μ es un coeficiente de fricción, un mínimo de F es

    a) $\theta_0 = arc\tan\mu$ c) $\theta_0 = \pi$

    b) F no tiene mínimos d) $\theta_0 = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$

13. Si aplicamos el teorema del valor medio del cálculo diferencial a $f(x) = \frac{x}{x+2}$ en $[1, 4]$ concluimos que existe $c\epsilon\,(1, 4)$ tal que $f'(c)$ es:

    a) No se puede aplicar el teorema c) 0

    b) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{9}$

14. $\lim_{x\to a} f(x) = l \in \mathbb{R}$ si

    a) $\forall\varepsilon > 0,\ \exists\, \delta > 0\ /\ |x-a| < \delta \implies |f(x) - l| < \varepsilon$

    b) $\exists\varepsilon > 0,\ \forall\delta > 0\ /\ |x-a| < \delta \implies |f(x) - l| < \varepsilon$

    c) $\forall\varepsilon > 0,\ \exists\, \delta > 0\ /\ 0 < |x-a| < \delta \implies |f(x) - l| < \varepsilon$

    d) $\forall\varepsilon > 0,\ \exists\, \delta > 0\ /\ 0 < |x-a| < \delta \implies |f(x)| < \varepsilon$

15. Sea la función g dada por $g(x) = \cos \dfrac{1}{x - \pi}$

a) g es continua y acotada en $[0, 3]$

b) g es derivable y no acotada en $\mathbb{R} \backslash \{\pi\}$

c) $\lim_{x \to \pi} g(x) = 1$

d) g tiene un máximo en $x = \pi$

16. Sea $f(t) = \sin t + |\sin t|$. El número de raíces reales de f en $[-\pi/2, 3\pi/2]$ es

a) 2

b) 1

c) 0

d) Infinitas

17. Sea $l = \lim_{\theta \to 0^+} \theta^{\operatorname{sen} \theta}$. Entonces

a) $l = 0$

b) $l = +\infty$

c) $l = 1$

d) No existe

18. Si aplicamos el cambio de variable $t = \tan z$ a la integral $I = \int \tan^3 z \, dz$, obtenemos

a) $I = \displaystyle\int \frac{t^3}{1 + t^2} \, dt$

b) $I = \displaystyle\int \frac{t}{1 + t^2} \, dt$

c) $I = \displaystyle\int t^3 \, dt$

d) $I = \displaystyle\int x^3 \, dx$

19. Para hallar la integral $I = \displaystyle\int \frac{x^3}{\sqrt{9 - 2x^2}} dx$, debemos hacer el cambio de variable

a) $\cos t = \dfrac{\sqrt{2x}}{3}$

b) $\tan t = \dfrac{\sqrt{2}\, x}{3}$

c) $\operatorname{sen} t = \dfrac{\sqrt{2}\, x}{3}$

d) $\operatorname{sen} t = \dfrac{2x}{3}$

20. El área limitada por los grafos de $y = x^3$, $y = 2x$ e $y = x$ es

a) $\dfrac{5}{8}$

b) 0

c) $\dfrac{5}{4}$

d) Ninguna de las anteriores