

## Examen Cálculo - Febrero 2007/2008

### I.I. - I.T.I.S.

1. Obtener el valor aproximado de  $\cos(\sqrt{\pi/3})$  en función del seno y el coseno de 1 mediante un polinomio de Taylor para la función  $\cos(\sqrt{x})$  de orden 2.

*Nota:  $\pi/3=1,047$*

2. Sea  $f(x) = \frac{\ln x}{x} \in [\frac{1}{e}, e]$ . Comprueba el área limitada por el grafo de  $f$ ,  $x = \frac{1}{e}$ ,  $x = e$  y el eje OX es un número entero.
3. Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) El límite de la función:

$$f(x, y) = \frac{\operatorname{sen}(x) - \operatorname{sen}(y)}{\operatorname{tan}(x) - \operatorname{tan}(y)}$$

cuando  $(x, y)$  tiende a  $(0, 0)$ , es 1.

b) Sean  $f(x, y)$  una función continua definida en un conjunto compacto  $K \subset \mathbb{R}^2$  y  $(x_0, y_0)$  el máximo absoluto estricto de  $f$  en  $K$ .

Si  $(a, b)$  es el único punto en  $K$  tal que las derivadas parciales de  $f$  respecto a  $x$  e  $y$  son nulas, entonces  $(x_0, y_0) = (a, b)$ .

c) Si la temperatura en los puntos  $(x, y)$  de una placa metálica viene dada por:

$T(x, y) = 400e^{-(x^2+y/2)}$ , la dirección de máximo crecimiento de la temperatura en el punto  $(3, 5)$  es  $(-6/\sqrt{37}, 1/\sqrt{37})$ .

4. Sea  $T(x, y, z) = 20 + 2x + 2y + x^2$  la temperatura en cada punto de la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 11$ . Hallar los puntos de la curva formada por la intersección del plano  $x + y + z = 3$  y la esfera en los que se alcanzan las temperaturas máxima y mínima.
5. Un tanque contiene 100 litros de agua en la que se han disuelto que gramos de una sustancia contaminante se introduce en el tanque agua contaminada a 10 litros por minuto con  $c(t)$  gramos de contaminante por litro. La disolución se disuelve en el momento y se extraen 10 litros de agua contaminada. Hallar la cantidad de sustancia contaminante en el tanque en cualquier instante de tiempo,  $t$ .
6. La ecuación que permite determinar la carga,  $q$ , y la intensidad de corriente,  $i$ , en un circuito RLC es:

$$Li' + Ri + \frac{1}{C}q = E(t)$$

Tenemos un circuito en el que la inductancia es  $L = 25\text{H}$ , la resistencia es  $R = 50$  ohmios, la capacitancia es  $C = \frac{1}{250}\text{F}$ , la fuerza electromotriz es  $E(t) = \frac{25}{3} \operatorname{sen}(3t)$ ,  $\forall t > 0$ . Si sabemos que la carga inicial es  $\frac{1}{250}$  culombios y la intensidad inicial es 0, calcular la intensidad en todo instante  $t$ .

*Nota:  $i = dq/dt$*