CÁLCULO
FEBRERO 2009

- Ejercicio 1 (1 punto)
  La transformada de Laplace de una función f(x) se define como:

$$\hat{f}(x)=\int_0^{\infty} f(t)e^{-xt}dt$$

  Demostrar que para $f(t)=t$, la transformada de Laplace vale $\hat{f}(x)=\frac{1}{x^2}$

- Ejercicio 2 (1 punto)
  Sea la función f(x) definida:

$$f(x)=\begin{cases}\cos(x) & si \quad 0\leqslant x<\frac{\pi}{2}\\ \sin(x) & si \quad \frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3\pi}{2}\end{cases}$$

  a) Es f(x) integrable en $[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}]$ ?

  b) ¿?Algo sobre particiones, ínfimos y supremos¿?

- Ejercicio 3 (1.25 puntos)
  Calcular y clasificar los puntos críticos de la función $f(x,y)=-xye^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$

- Ejercicio 4 (1.25 puntos)
  Considerando la función $f(x,y)=5+4x-2x^2+3y-y^2$ calcular los extremos absolutos de la función en la región del espacio comprendida entre las rectas $y=2$ , $y=x$ , $y=-x$

- Ejercicio 5 (1 punto)
  Sea la función f(x) definida:

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy^3}{x^2+y^2} & si \quad (x,y)\neq(0,0)\\ C & si \quad (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

  a) Calcular C para que la función sea continua.

  b) Sea $z=x^3y-3xy^4$, siendo $x=\cos(t)$ y $y=\sin(t)$, calcular $\frac{dz}{dt}(t=0)$

- Ejercicio 6 (1,25 puntos)
  Resolver la ecuación diferencial $\frac{dx}{dt}=kx(m-x)$

  (*) El ejercicio tenía un planteamiento sobre la velocidad de propagación de un virus de constante k en una red con m ordenadores, y pedía la cantidad de ordenadores infectados en un instante t

- Ejercicio 7 (1,25 puntos)
  Resolver los problemas de valor inicial:

a) $\begin{cases} y''+8y'-9y=0 \\ y(0)=1 \\ y'(0)=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y''+8y'-9y=te^{t} \\ y(0)=1 \\ y'(0)=0 \end{cases}$