CÁLCULO **2 de diciembre de 2009**

Nombre: ______________ Apellidos: ______________________________

☐ Ingeniería Informática ☐ I. T. I. de Gestión ☐ I. T. I. de Sistemas

Ejercicio	1	2	3	4	Prácticas	Total
Puntuación	2.00	2.50	1.50	2.00	2.00	
Evaluación						

No se permite el uso de aparatos electrónicos (calculadora, teléfono móvil, ...)
No se aceptarán exámenes total o parcialmente realizados a lápiz.
No se valorará ninguna respuesta no justificada.
Cada ejercicio se entregará en uno o varios folios, independiente(s) de los demás ejercicios.

1. La señal de un canal analógico es una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad

$$p(x) = \frac{C}{e^{|x|}} \qquad \text{para } x \in \mathbb{R}\,,$$

siendo $C \in \mathbb{R}$ una constante positiva.

a) Calcula, si es posible, el valor de la constante C de modo que la función p defina una densidad de probabilidad, es decir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\,dx = 1\,.$$

b) Estudia la continuidad y la derivabilidad de la función p. Determina sus extremos absolutos, si existen.

c) Calcula, si es posible, la entropía de la fuente:

$$H(x) := \int_{-\infty}^{\infty} p(x)\,\ln p(x)\,dx\,.$$

2. Una empresa operadora de telefonía móvil ofrece en cierta zona de un municipio una cobertura dada por $f(x,y) = e^{-x}(x^2 + (y-2)^2)$, donde (x,y) son las coordenadas cartesianas respecto de un sistema de referencia dado.

a) Determina y clasifica, razonadamente, los puntos críticos de f.

b) Cuantifica la variación de f en el punto $c = (2,0)$ cuando nos movemos en la dirección del vector $v = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$.

c) Considera una finca cuadrada D que tiene por vértices los puntos $(0,0)$, $(3,0)$, $(3,3)$ y $(0,3)$. Determina los puntos de D donde la cobertura telefónica es máxima y mínima.

3. Resuelve el problema de valor inicial:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{x\,y^2 - \cos x\,\sin x}{y\,(1-x^2)}\,, \\ y(0) = 2\,. \end{cases}$$

4. La ecuación diferencial

$$5\,y'' + 80\,y' + 140\,y = 5\,\sin 2t$$

describe el movimiento de una masa de 5 kg colgada de un resorte con una constante del mismo de 140 N/m y una fuerza externa que la impulsa de $F(t) = 5\,\sin 2t$. Encuentra la solución general de la ecuación. Resuelve también la e.d. suponiendo que la masa comienza en la posición de equilibrio $(t=0)$ con una velocidad de 2 m/s.

CÁLCULO **2 de decembro de 2009**

Nome: ____________________ Apelidos: ____

☐ Enxeñería Informática ☐ E. T. I. de Xestión ☐ E. T. I. de Sistemas

Exercicio	1	2	3	4	Prácticas	Total
Puntuación	2.00	2.50	1.50	2.00	2.00	
Avaliación						

Non se permite o uso de aparatos electrónicos (calculadora, teléfono móvil, ...)
No se aceptarán exames total ou parcialmente realizados a lapis.
Non se valorará ningunha respuesta non xustificada.
Cada exercicio entregarase nun ou varios folios, independente(s) dos demais exercicios.

1. O sinal dun canal analóxico é unha variable aleatoria con función de densidade de probabilidade

$$p(x) = \frac{C}{e^{|x|}} \qquad \text{para } x \in \mathbb{R}\,,$$

sendo $C \in \mathbb{R}$ unha constante positiva.

a) Calcula, se é posible, o valor da constante C de modo que a función p defina unha densidade de probabilidade, é dicir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\,dx = 1\,.$$

b) Estudia a continuidade e a derivabilidade da función p. Determina os seus extremos absolutos, se existen.

c) Calcula, se é posible, a entropía da fonte:

$$H(x) \;:=\; \int_{-\infty}^{\infty} p(x)\,\ln p(x)\,dx\,.$$

2. Unha empresa operadora de telefonía móbil ofrece en certa zona dun municipio unha cobertura dada por $f(x,y) = e^{-x}(x^2 + (y-2)^2)$, onde (x,y) son as coordenadas cartesianas respecto dun sistema de referencia dado.

a) Determina e clasifica, razoadamente, os puntos críticos de f.

b) Cuantifica a variación de f no punto $c = (2,0)$ cando nos movemos na dirección do vector $v = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$.

c) Considera unha leira cadrada D que ten por vértices os puntos $(0,0)$, $(3,0)$, $(3,3)$ e $(0,3)$. Determina os puntos de D onde a cobertura telefónica é máxima e mínima.

3. Resolve o problema de valor inicial:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{x\,y^2 - \cos x\,\sin x}{y\,(1-x^2)}\,, \\ y(0) = 2\,. \end{cases}$$

4. A ecuación diferencial

$$5\,y'' + 80\,y' + 140\,y = 5\,\sin 2t$$

describe o movemento dunha masa de 5 kg colgada dun resorte cunha constante do mesmo de 140 N/m e unha forza externa que a impulsa de $F(t) = 5\,\sin 2t$. Encontra a solución xeral da ecuación. Resolve tamén a ecuación diferencial supoñendo que a masa comeza na posición de equilibrio ($t = 0$) cunha velocidade de 2 m/s.