ESTADÍSTICA I, curso 2007-2008

Problemas de Distribuciones Notables

1. Por experiencia se sabe que la meningitis por salmonela, enfermedad rara pero muy grave en los lactantes, produce una mortalidad aproximada del 60%, aun cuando sea tratada con cloranfenicol, seguido de tetraciclinas. En un hospital ingresaron 10 niños lactantes atacados por la enfermedad, en un brote epidémico en una gran ciudad.
    a. ¿Cuál es la probabilidad de que sobrevivan más de la mitad?
    b. ¿Cuál es la probabilidad de que sobrevivan todos?
    c. ¿Cuál es la probabilidad de que mueran todos?

2. La incidencia de la poliomelitis en Estados Unidos en el período 1949-1954 fue aproximadamente de 25 casos por cada 100.000 habitantes.
    a. ¿Cuál es la probabilidad de que en una ciudad de 12.000 habitantes se dieran 6 casos o menos?
    b. ¿Cuál es la probabilidad de que en una ciudad de 20.000 habitantes se dieran 6 casos o menos? ¿Y la de 10 casos o menos?

3. Por prescripción facultativa, un enfermo ha de tomar tres píldoras de un determinado medicamento. El enfermo empieza un envase de doce píldoras, cuatro de las cuales están en malas condiciones. Se pide:
    a. Probabilidad de que tome sólo una buena.
    b. Probabilidad de que tome al menos una en malas condiciones.
    c. ¿Cuál es el número de píldoras en buenas condiciones que se espera tome el enfermo?
    d. Si existe otro envase que contiene cuarenta píldoras, de las cuales diez están en malas condiciones, ¿qué envase sería más beneficioso para el enfermo?

4. Un sistema para detectar incendios utiliza tres celdas sensibles a la temperatura, que actúan independientemente, tal que una o más pueden activar la alarma. Cada celda tiene una probabilidad $p = 0.8$ de activar la alarma cuando la temperatura alcanza los 100 grados Celsius o más. Sea Y el número de celdas que activan la alarma cuando la temperatura alcanza 100 ºC. Obténgase la función de probabilidad de Y y calcúlese la probabilidad de que la alarma funcione cuando la temperatura alcanza los 100ºC.

5. Un complejo sistema electrónico está construido con cierto número de componentes de apoyo en sus subsistemas. Un subsistema contiene cuatro componentes idénticos, cada uno con una probabilidad de 0.2 de fallar en menos de 1.000 horas. El subsistema funciona si dos componentes cualesquiera de los cuatro trabajan en forma adecuada. Se supone que los componentes operan independientemente.

a. Calcúlese la probabilidad de que exactamente dos de los cuatro componentes resistan al menos 1.000 horas.
b. Calcúlese la probabilidad de que el subsistema funcione al menos 1.000 horas.

6. Se ha lanzado una moneda correcta diez veces y se han obtenido cero caras, ¿cuál es la probabilidad de que se tenga que lanzar al menos dos veces más para obtener la primera cara?

7. Se formó un jurado de seis personas de un grupo de 20 posibles miembros, de los cuales 12 eran blancos y 8 eran negros. El jurado se seleccionó aleatoriamente, pero sólo contenía un miembro de raza negra. ¿Se puede tener algún motivo para dudar de la aleatoriedad de la selección?

8. Una vendedora se da cuenta de que la probabilidad de venta en una sola entrevista es aproximadamente 0.03. ¿Cuál es la probabilidad de que haga al menos una venta al tener cien compradores posibles?

9. El promedio de automóviles que entran por un túnel en una montaña es de uno cada dos minutos. Si entra un número excesivo en un período corto, se produce una situación peligrosa. Calcúlese la probabilidad de que el número de automóviles que entran en el túnel durante un período de dos minutos exceda de tres.

10. Sea X una variable aleatoria B(n, p), donde n es fijo. Calcular para qué valor de p la variable aleatoria X tiene varianza máxima. ¿Cuánto vale dicha varianza máxima?

11. Si la probabilidad de acertar en un blanco es 1/5 y se hacen 10 disparos, de forma independiente, calcular:
    a. La probabilidad de acertar por lo menos dos veces.
    b. La probabilidad de acertar por lo menos dos veces, sabiendo que se acertó por lo menos una vez.

12. El número de árboles enfermos por acre en cierta sección de un bosque de pinos, Y, tiene una distribución de Poisson con una media $\lambda = 10$. Los árboles enfermos se fumigan con un insecticida al precio de 300 ptas. por árbol y con un coste de 5.000 ptas. por el alquiler del equipo. Sea C el coste de fumigar un acre seleccionado al azar. Calcúlese el valor esperado y la desviación típica de C. Calcúlese el intervalo que contiene a C con una probabilidad de al menos 0'75.

13. Los empleados de una empresa que fabrica aisladores son examinados para detectar la presencia de asbesto en sus pulmones. La empresa debe enviar tres empleados con pruebas positivas de asbesto a un centro médico para realizarles más exámenes. Si, por experiencias anteriores, se sabe que el 40% de los empleados dan positivo en dichas pruebas, calcúlese la probabilidad de que se tenga que examinar a 10 empleados hasta encontrar tres con pruebas positivas de asbesto.

14. Un lote de 100 productos industriales contiene 40 defectuosos. Se extrae una muestra de 8 productos. Calcular la probabilidad de que haya 5 defectuosos en dicha muestra.

15. Se admite que las retribuciones percibidas en una empresa se distribuyen normalmente. Se conoce, por las relaciones de seguros sociales, que el 1% son superiores a 5.800.000 ptas. y el 10% inferiores a 1.200.000 ptas. ¿Qué porcentaje de las retribuciones son superiores a 3.000.000 ptas.?

16. La dimensión principal de ciertas piezas tiene una distribución N(150, 0.4) y el intervalo de tolerancia es (149.2, 150.4). Si se toman 50 piezas al azar, calcular la probabilidad de que 44 estén comprendidas en dicho intervalo.

17. Una compañía aérea, observando que el 12% de las plazas reservadas no se cubren, decide aceptar reservas por un 10% más de las plazas disponibles en aviones de 450 plazas. Sabiendo que este tipo de vuelos tiene una gran demanda por parte de los clientes de la compañía, cubriéndose siempre el total de reservas ofertadas por ésta, calcular el porcentaje de vuelos en los que algún pasajero con reserva no tiene plaza.

18. Una máquina de empaquetado automático deposita en cada paquete 81.5 grs., por término medio, de cierto producto, con σ=8 grs. El peso medio del paquete vacío es 14.5 grs., con σ=6 grs. Ambas distribuciones son normales e independientes. Calcular la distribución del peso de los paquetes llenos.

19. Los paquetes del problema anterior se distribuyen en cajas de 40, cuyo peso medio vacías es 520 grs., con σ =50 grs. Supuesto que todas las distribuciones implicadas son normales e independientes, calcular:
    a. La distribución del peso de las cajas llenas.
    b. La probabilidad de que una caja vacía pese menos que 5 paquetes llenos.

20. Una línea eléctrica se avería cuando la tensión sobrepasa la capacidad de la línea. Si la tensión es N(100, 20) y la capacidad N(140, 10), calcular la probabilidad de avería, suponiendo que la tensión y la capacidad varían independientemente.

21. La vida útil de cierta marca de baterías sigue una distribución normal con desviación típica de dos meses. Se sabe que el 50% dura más de cuarenta meses. Si se quiere dar un período de garantía que permita devolver sólo el 10% de las baterías, ¿qué tiempo se debe dar?

22. La cantidad, en miles de litros, de gasolina despachada en una gasolinera en un día cualquiera es una variable aleatoria X con distribución uniforme en (7,10). Calcular:
    a. La probabilidad de que la cantidad despachada un día cualquiera sea inferior a 8.800 litros.
    b. El valor esperado y la varianza del número de litros despachados en un día cualquiera.

23. La vida útil de un interruptor eléctrico puede considerarse una variable aleatoria con distribución exponencial de media 2 años. Si se instalan 100 interruptores de este tipo en diferentes sistemas, ¿cuál es la probabilidad de que a lo sumo 30 de ellos fallen el primer año?

24. La duración en minutos de las conversaciones telefónicas en un locutorio es una variable aleatoria con distribución exponencial de media 5 minutos. Sin embargo, como los pasos del contador se producen cada 3 minutos, una cuarta parte de los usuarios prolonga su llamada hasta el siguiente paso del contador. Determinar:
    a. La función de distribución de la duración de las llamadas.
    b. La probabilidad de que una llamada dure menos de 4 minutos.
    c. La probabilidad de que una llamada dure exactamente 6 minutos.
    d. La probabilidad de que dure menos de 9 minutos, en el caso de un cliente que lleva ya 5 minutos hablando.
    e. La duración media de las llamadas.

25. Calcular la probabilidad de que la suma de los puntos obtenidos en 100 lanzamientos de un dado esté comprendida entre 315 y 385.