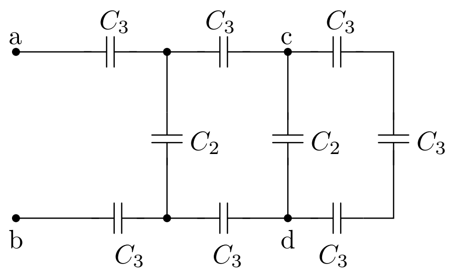
Ejercicios resueltos de FMC.

Tema 6. Circuitos eléctricos.

24 de septiembre de 2008

1. En la figura cada condensador vale: $C_3 = 3\mu F$ y $C_2 = 2\mu F$.



Se pide:

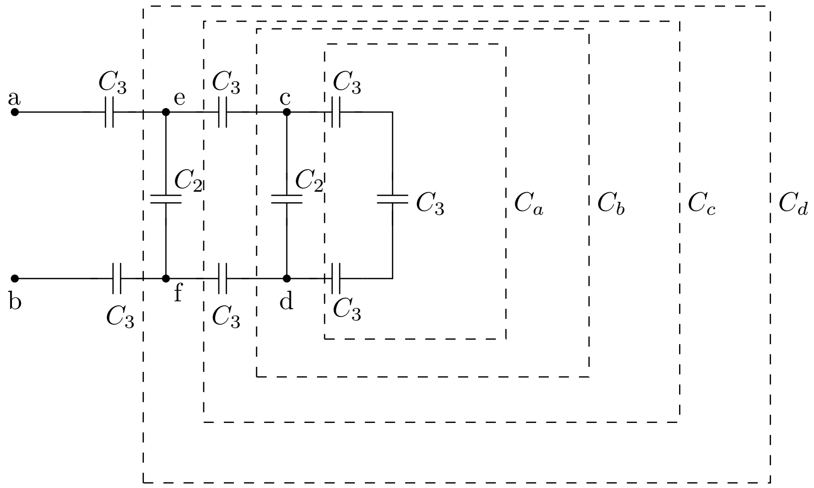
a) Calcúlese la capacidad equivalente de la red comprendida entre los puntos a y b.

b) Hállese la carga de cada uno de los condensadores próximos a los puntos a y b, cuando $V_{ab} = 900V$.

c) Calcúlese V_{cd} cuando $V_{ab} = 900V$.

Solución:

a) Capacidad equivalente.



$$C_a = \frac{1}{\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_3}} = \frac{C_3}{3} = \frac{3}{3} = 1\mu F \text{ (en serie)}$$

$$C_b = C_a + C_2 = 3\mu F \text{ (en paralelo)}$$

$$C_c = \frac{1}{\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_b} + \frac{1}{C_3}} = \frac{3}{3} = 1\mu F \text{ (en serie)}$$

$$C_d = C_c + C_2 = 3\mu F \text{ (en paralelo)}$$

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_d} + \frac{1}{C_3}} = \frac{3}{3} = 1\mu F \text{ (en serie)}$$

b) $V_{ab} = \dfrac{Q}{C_{eq}}$

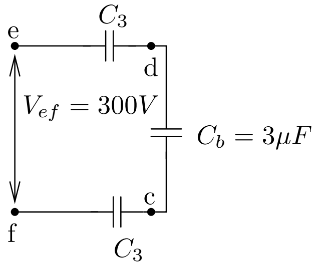
$$Q = V_{ab} \cdot C_{eq} = 900 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 900\mu C$$

c) V_{cd} si $V_{ab} = 900V$

$$C_{eq} = \frac{Q}{V_{ab}}$$

$$Q = V_{ab} \cdot C_{eq} = 900V \cdot 1\mu F = 900\mu C$$

$$C_d = \frac{Q}{V_{ef}} \Rightarrow V_{ef} = \frac{Q}{C_d} = \frac{900\mu C}{3\mu F} = 300V$$



$$C_b = \frac{Q_{cd}}{V_{cd}}$$

$$V_{cd} = \frac{Q_{cd}}{C_b}$$

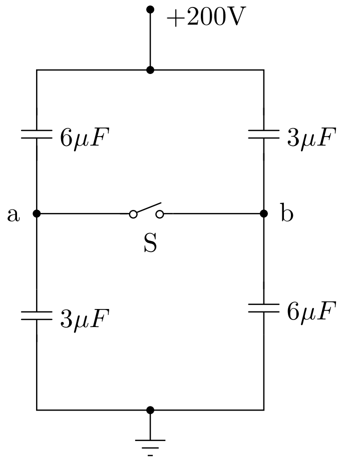
$$Q_{cd} = V_{ef} \cdot C_{ef}$$

$$C_{ef} = \frac{1}{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} = 1\mu F$$

$$Q_{cd} = 300V \cdot 1\mu F = 300\mu C$$

$$V_{cd} = \frac{Q_{cd}}{C_b} = \frac{300\mu C}{3\mu F} = 100V$$

2. Los condensadores de la figura están inicialmente descargados y se hallan conectados como indica el esquema, con el interruptor S abierto.



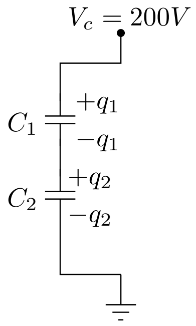
Se pide:

a) ¿Cuál es la diferencia de potencial V_{ab}?
b) ¿Y el potencial del punto b después de cerrado S?
c) ¿Qué cantidad de carga fluye a través de S cuando se cierra?

<u>**Solución:**</u>

a) V_{ab}? $V_{ab} = V_a - V_b \quad \left[\begin{array}{ll} \text{Serie} & \text{Paralelo} \\ Q = Q_1 = Q_2 & Q = Q_1 + Q_2 \\ V = V_1 + V_2 & V = V_1 = V_2 \\ \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} & C_{eq} = C_1 + C_2 \end{array} \right]$

- Rama 1:



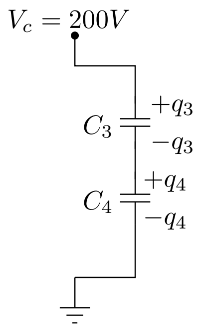
C_1 serie C_2:

$$C_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = 2\mu F$$
$$q_{1,2} = C_{1,2} \cdot V_c = 2\mu F \cdot 200V = 400\mu C$$

En serie: $q_{1,2} = q_1 = q_2$

$$V_a = V_{C_2} = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_{1,2}}{C_2} = \frac{400\mu C}{3\mu F} = \frac{400}{3} V$$

- Rama 2:



C_3 serie C_4:

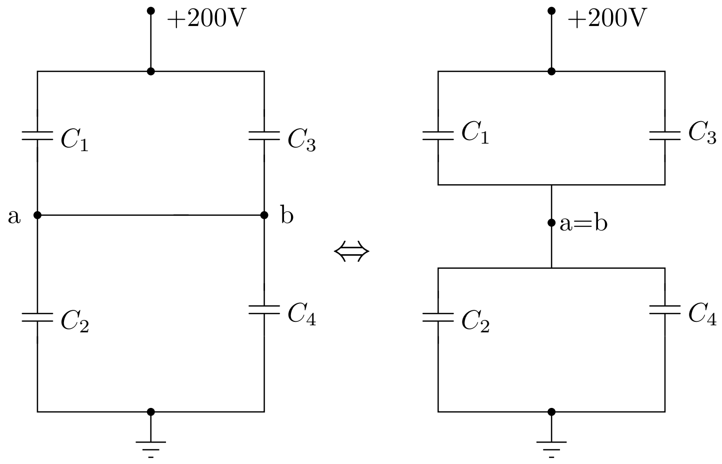
$$C_{3,4} = \frac{1}{\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}} = 2\mu F$$
$$q_{3,4} = C_{3,4} \cdot V_C = 2\mu F \cdot 200V = 400\mu C$$

En serie: $q_{3,4} = q_3 = q_4$

$$V_b = V_{C_4} = \frac{q_4}{C_4} = \frac{q_{3,4}}{C_4} = \frac{400\mu C}{6\mu F} = \frac{200}{3} V$$

$$V_{ab} = \frac{400}{6} V$$

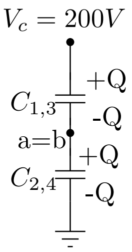
b) $V_{ab} = 0 \Leftrightarrow$ S cerrado



$(C_1 \parallel C_3)$ serie $(C_2 \parallel C_4)$:

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_{1,3}} + \frac{1}{C_{2,4}}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1+C_3} + \frac{1}{C_2+C_4}} = \frac{1}{\frac{1}{9} + \frac{1}{9}} = \frac{9}{2}\mu F = 4{,}5\mu F$$

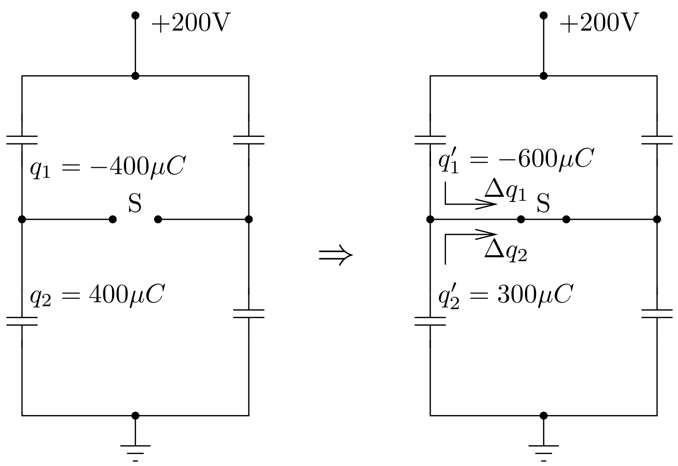
$$Q = C \cdot V_c = 4{,}5 \cdot 200 = 900\mu C$$



$$V_b = \frac{Q_{2,4}}{C_{2,4}} = \frac{Q}{C_{2,4}} = \frac{900\mu C}{9\mu F} = 100V$$

$$\left(V_b = \frac{V_c}{2}\right)$$

c) Carga que fluye a través de S cuando se cierra.



Δq: Carga que fluye a través de S.

Δq_1: Carga que abandona la placa negativa de C_1.
Δq_2: Carga que abandona la placa positiva de C_2.

$\Delta q = \Delta q_1 + \Delta q_2$

$\Delta q = [-q_1 - (-q_1')] + [q_2 - q_2']$

$q_{2,4} = 900\mu C$

$q_{1,3} = 900\mu C$

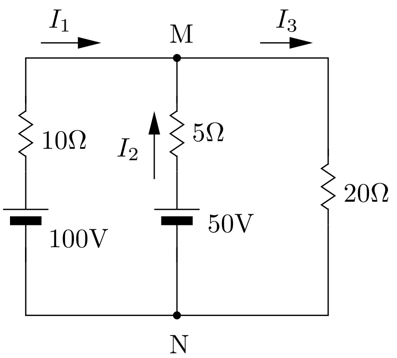
$V_b = 100V = V_{2,4} \Rightarrow V_{1,3} = V_c - V_{2,4} = 100V$

$q_1' = C_1 \cdot V_1 = C_1 \cdot V_{1,3} = 6\mu F \cdot 100V = 600\mu C$

$q_2' = C_2 \cdot V_2 = C_2 \cdot V_{2,4} = 3\mu F \cdot 100V = 300\mu C$

$\Delta q = [(-400) - (-600)] + [400 - 300] = 300\mu C$

3. En el circuito de la figura se pide determinar:



a) Corrientes I_1, I_2 e I_3.
b) Diferencia de potencial entre los puntos M y N.

Solución:

a) $I_2 = I_3 - I_1$

$$\begin{cases} 100 - 50 = I_1 \cdot 10 + I_1 \cdot 5 - I_3 \cdot 5 \\ 50 = 5I_3 + 20I_3 - 5I_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 50 = 15I_1 - 5I_3 \\ 50 = -5I_1 + 25I_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} + \begin{array}{rrr} 50 = & 15I_1 & -5I_3 \\ 150 = & -15I_1 & +75I_3 \end{array} \end{cases}$$

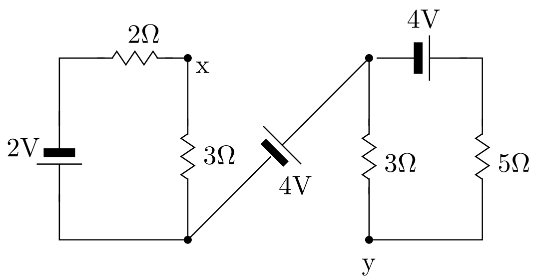
$$200 = 70I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{20}{7} = 2{,}86A$$

$$I_1 = \frac{50+5I_3}{15} = \frac{50+5\cdot\frac{20}{7}}{15} = \frac{450}{5} = 4{,}29A$$

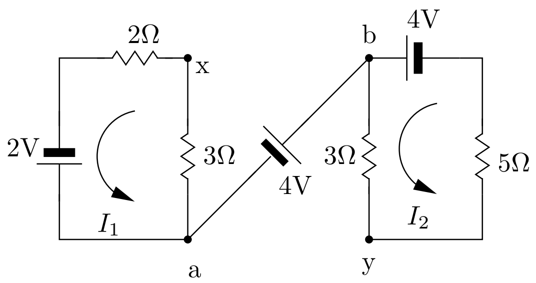
$$I_2 = 2{,}86 - 4{,}29 = -1{,}43A$$

b) $V_{MN} = -I_2 \cdot R + 50 = 7 + 50 = 57V$

4. Determinar la tensión V_{xy} en el circuito de la figura:



Solución:



$$-2 + 3I_1 + 2I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{2}{5}A$$

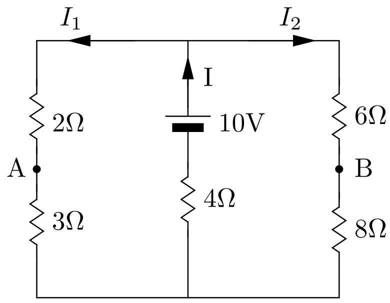
$$-4 + 3I_2 + 5I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{2}A$$

$$V_{xy} = V_{xa} + V_{ab} + V_{by} = 3(-I_1) + (-4) + 3I_2 = -3\cdot\frac{2}{5} - 4 + 3\cdot\frac{1}{2} = -3{,}7V$$

5. En el circuito de la figura se pide determinar:

a) Corrientes I, I_1 e I_2.

b) Tensión V_{ab}.



Solución:

a) $\begin{cases} I_2 \cdot 2 + I_1 \cdot 3 + 4 \cdot I - 10 = 0 \\ I_2 \cdot 6 + I_2 \cdot 8 + 4 \cdot I - 10 = 0 \end{cases}$

$I = I_1 + I_2$

$\begin{cases} 5I_1 + 4(I_1 + I_2) - 10 = 0 \\ 14I_2 + 4(I_1 + I_2) - 10 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 9I_1 + 4I_2 - 10 = 0 \\ 18I_2 + 4I_1 - 10 = 0 \end{cases}$

$I_2 = \dfrac{10 - 4I_1}{18} = \dfrac{5 - 2I_1}{9}$

$9I_1 + 4 \cdot \dfrac{5 - 2I_1}{9} - 10 = 0$

$81I_1 + 4(5 - 2I_1) - 90 = 0$

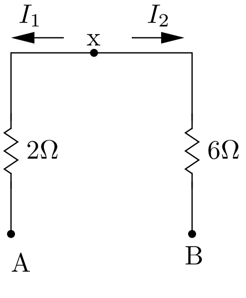
$81I_1 + 20 - 8I_1 - 90 = 0$

$73I_1 = 70 \Rightarrow I_1 = \dfrac{70}{73} = 0{,}96A$

$I_2 = \dfrac{5 \cdot 2 \cdot \frac{70}{73}}{9} = \dfrac{365 - 140}{657} = \dfrac{225}{657} = \dfrac{25}{73} = 0{,}34A$

$I = I_1 + I_2 = 0{,}96 + 0{,}34 = 1{,}3A$

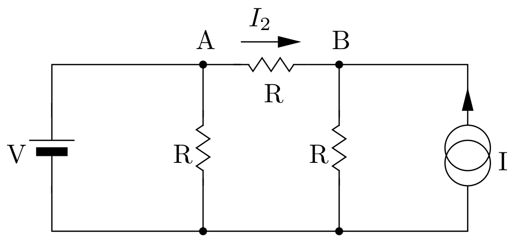
b) Tensión V_{ab}



$V_{ab} = V_{ax} + V_{xb}$

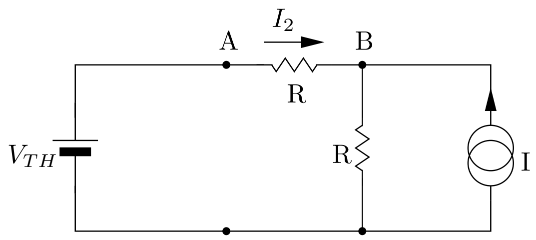
$V_{ab} = -2I_1 + 6I_2 = -2 \cdot 0{,}96 + 0{,}34 \cdot 6 = 0{,}12V$

6. Usando el teorema de Thévenin, calcular la corriente I_2 en la red de la figura:



Solución:

- Sabemos que se puede quitar una resistencia en paralelo con un generador ideal de tensión:



Como consecuencia del teorema de Thévenin, sabemos que podemos quitar una resistencia en paralelo con un generador de tensión puesto que no afecta a los demás valores de las magnitudes eléctricas del circuito (aunque sí a la corriente del propio generador). También se puede resolver el problema haciendo Thévenin entre A y B.

$V_{TH} + I_2 \cdot R + (I_2 + I) \cdot R = 0$

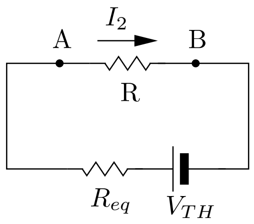
$-V_{TH} + RI_2 + RI_2 + RI = 0$

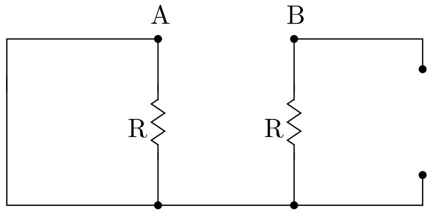
$-V_{TH} + 2RI_2 + RI = 0$

$2RI_2 = V - RI$

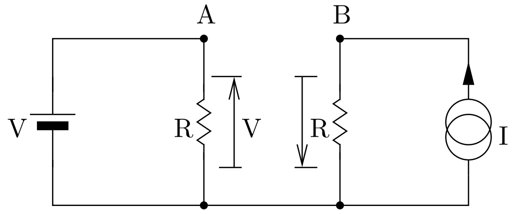
$I_2 = \dfrac{V - RI}{2R}$

- Thévenin entre A y B:





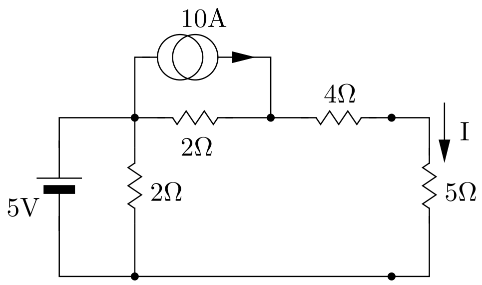
$R_{eq} = R$



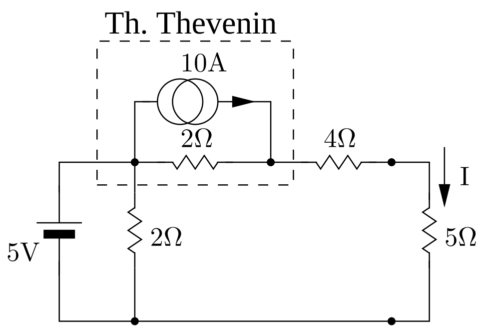
$$V_{AB} = V_{TH} = V + (-IR)$$

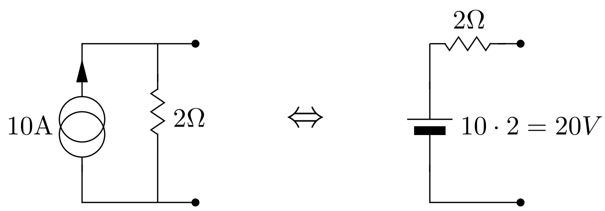
$$I_2 = \frac{V_{TH}}{R + R_{eq}} = \frac{V - IR}{2R}$$

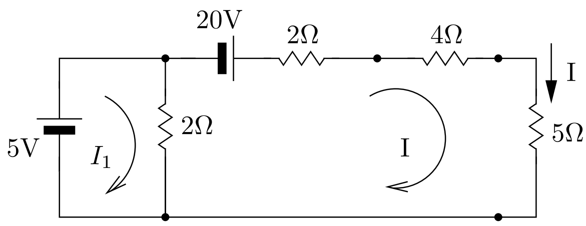
7. En el circuito de la figura, calcular el valor de la corriente I:



Solución:







$$\begin{cases} -5 + 2I_1 - 2I = 0 \\ -20 + 2I + 4I + 5I + 2I - 2I_1 = 0 \end{cases}$$

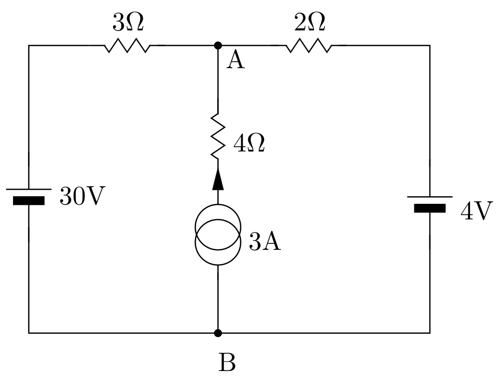
$$\begin{cases} -5 + 2I_1 - 2I = 0 \\ -20 + 13I - 2I_1 = 0 \end{cases}$$

$$I = \frac{25}{11} = 2{,}27A$$

$$2I_1 = 5 + 2I = 5 + 2 \cdot 2{,}27 = 9{,}49A$$

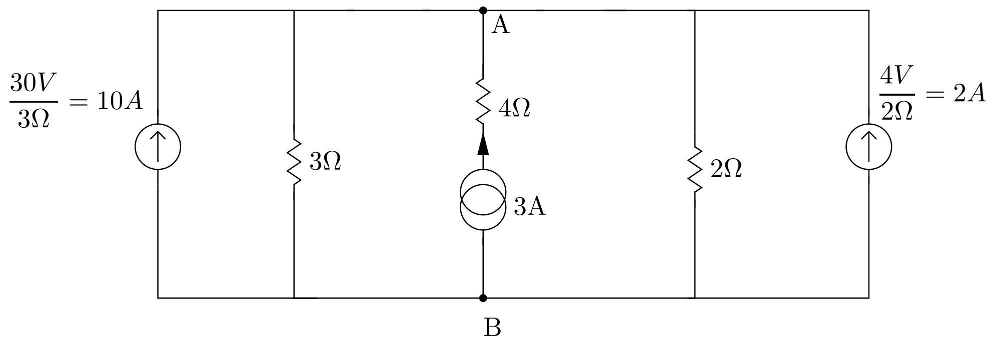
$$I_1 = 4{,}775A$$

8. Calcular la diferencia de potencial V_{AB} en el circuito de la figura:

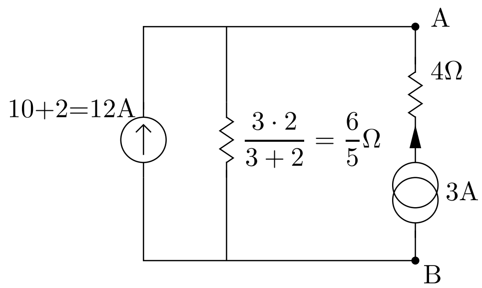


<u>**Solución:**</u>

Aplicando Norton a las ramas de la izquierda y la derecha:

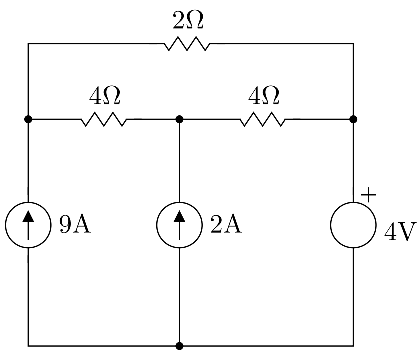


$\Updownarrow$

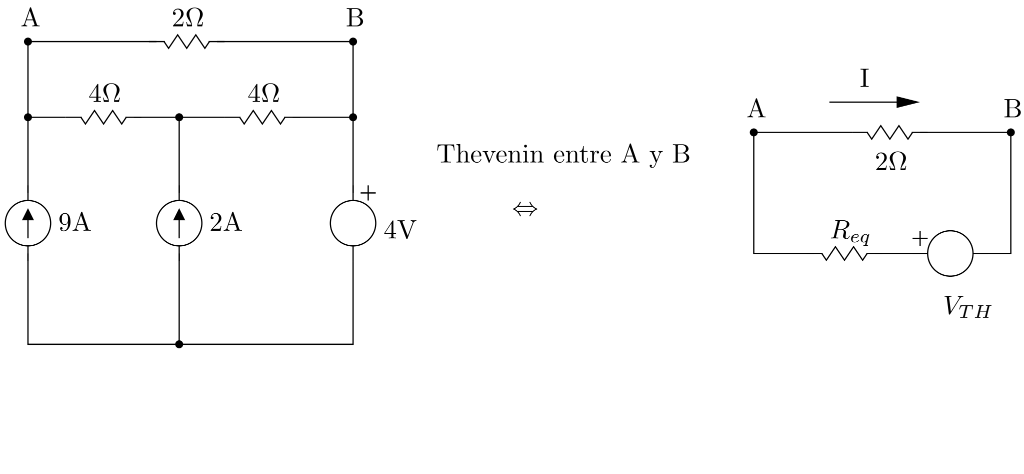


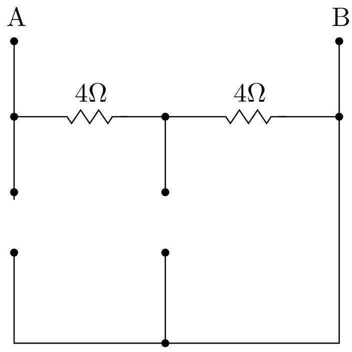
$$V_{AB} = (12+3)A \cdot \frac{6}{5}\Omega = 18V$$

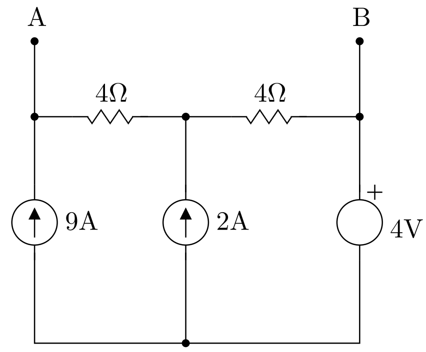
9. En el circuito de la figura, hallar la potencia disipada en la resistencia de 2Ω.



<u>Solución:</u>







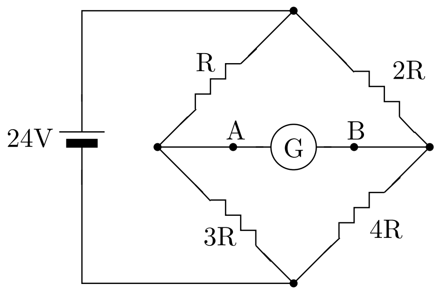
$R_{eq} = 8\Omega$

$V_{TH} = 9 \cdot 4 + 11 \cdot 4 = 80V$

$$I = \frac{V_{TH}}{2+8} = \frac{80}{10} = 80V$$

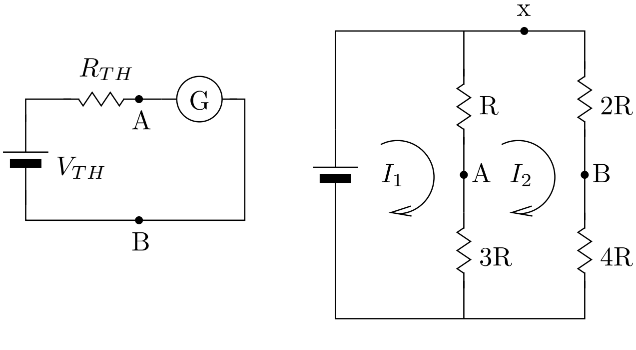
$$P_{2\Omega} = V \cdot I = I^2 \cdot R = 8^2 \cdot 2 = 128W$$

10. Determinar el valor de R que produce una desviación a fondo de escala del galvanómetro de la figura de resistencia interna $R_G = 1000\Omega$ y sensibilidad $S = 500\mu A$. (Se recomienda aplicar Thévenin entre A y B)



<u>Solución:</u>

Aplicando Thévenin:



$$V_{TH} = V_{AB} = V_{AX} + V_{XB}$$

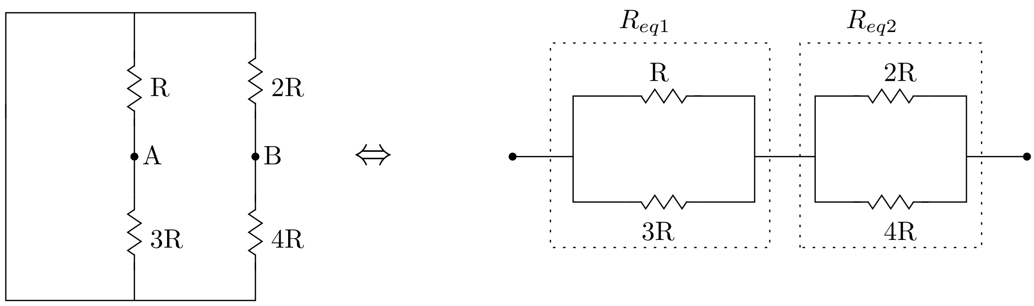
$$R \cdot I_1 = 10$$

$R \cdot I_2 = 4$

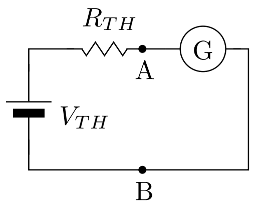
$24 = -I_1(R+3R) \Rightarrow I_1 = -\dfrac{6}{R}$

$24 = I_2(2R+4R) \Rightarrow I_2 = \dfrac{4}{R}$

$V_{ab} = I \cdot R = V_{TH} = I_1 R + 2I_2 R = -\dfrac{6R}{R} + 2\dfrac{4R}{R} = -6+8 = 2V$



$$R_{eq1} = \frac{1}{\frac{1}{3R}+\frac{1}{R}} = \frac{1}{\frac{4}{3R}} = \frac{3R}{4}$$
$$R_{eq2} = \frac{1}{\frac{1}{4R}+\frac{1}{2R}} = \frac{1}{\frac{1}{4R}} = \frac{4R}{3}$$
$$R_T = \frac{3R}{4} + \frac{4R}{3} = \frac{25}{12}R$$



$I_G = 500\mu A$

$R_G = 1000\Omega$

$V_{TH} = R_{TH} \cdot I_G + R_G \cdot I_G$

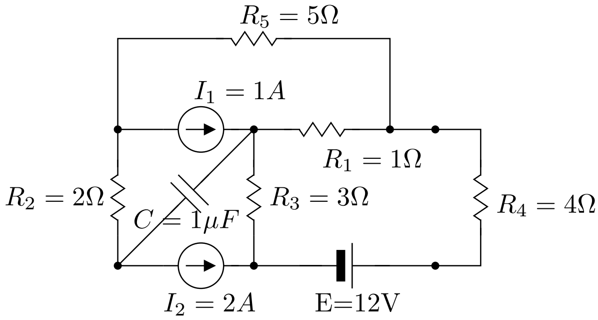
$2 = \dfrac{25}{12}R \cdot 500 \cdot 10^{-6} + 1000 \cdot 500 \cdot 10^{-6}$

$R = 1440\Omega$

Feb-96. En el circuito de la figura determinar:

a) Potencia en la resistencia R_4.

b) Carga almacenada en el condensador C.



Solución:

En corriente continua, a efectos de análisis, podemos quitar los condensadores.

- (Directamente) Kirchoff:

  a) $I \cdot R_4 - 12 + (2 + I) \cdot R_3 + (3 + I) - R_1 = 0$

  $I \cdot 4 - 12 + 2 \cdot 3 + 3I + 3 \cdot 1 + I = 0$

  $8I = 3$

  $I = \dfrac{2}{8}A = 0{,}375A$

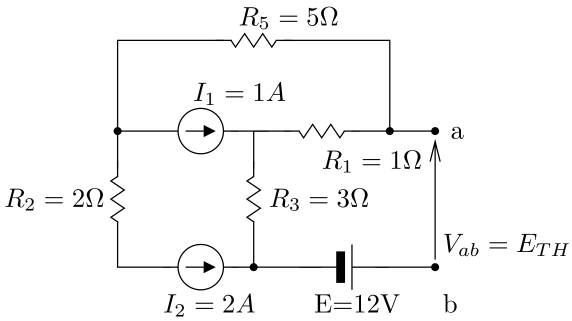
  $PR_4 = I_{R_4}^2 \cdot R_4 = 0{,}375^2 \cdot 4 = 0{,}5625W$

  b) $V_{cd} = (I + 3) \cdot R_1 + 3 \cdot R_5 + R_2 \cdot I_2 = (3 + 0{,}375) \cdot 1 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 2 = 22{,}375V$

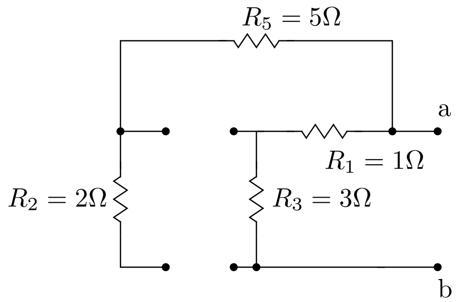
  $Q = C \cdot V$

  $Q = C \cdot V_{cd} = 1\mu F \cdot 22{,}375V = 22{,}375\mu C$

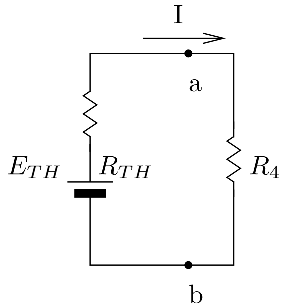
- Por Thévenin:



$E_{TH} = V_{ab} = -3 \cdot 1 - 2 \cdot 3 + 12 = 3V$



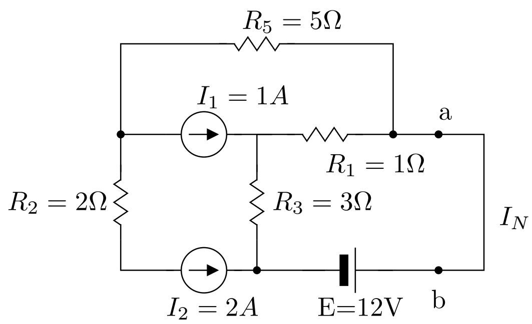
$R_{eq} = R_{TH} = R_1 + R_3 = 1 + 3 = 4\Omega$



$I = \dfrac{E_{TH}}{R_4 + R_{TH}} = \dfrac{3}{4+4} = 0{,}375A$

Y seguiría como en la solución anterior.

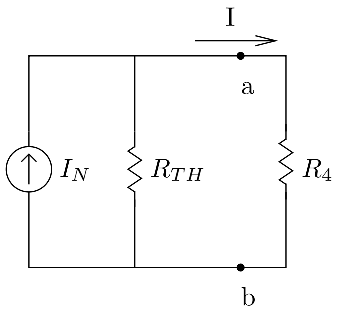
- Por Norton:



$-(3 + I_N) \cdot 1 + -(2 + I_N) \cdot 3 + 12 = 0$

$I_N = \dfrac{3}{4} = 0{,}75A$

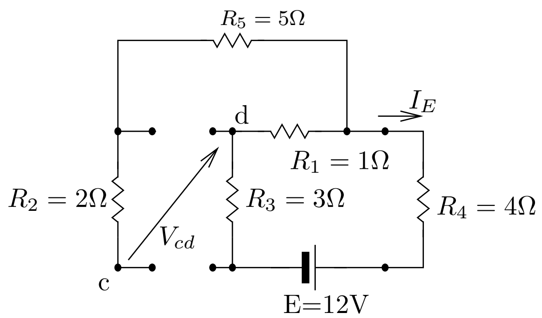
Se calula como en la solución anterior: $R_N = R_{eq} = 4\Omega$



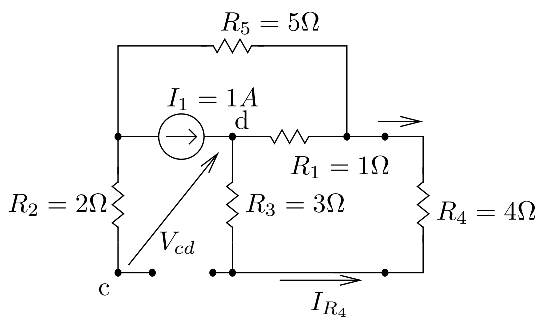
$$V_{ab} = I_N \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_N} + \frac{1}{R_4}} = I \cdot R_4$$
$$I = I_N \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_N} = 0{,}75 \cdot \frac{4}{4+4} = 0{,}75 \cdot \frac{1}{2} = 0{,}375A$$

Y seguiría como en las soluciones anteriores.

- Por superposición:



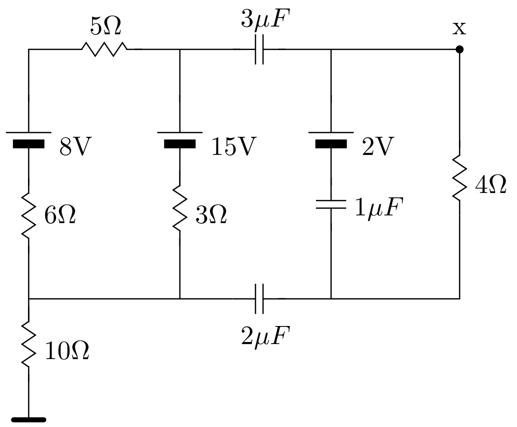
$$I_E = \frac{E}{R_1 + R_4 + R_3} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}A = 1{,}5A$$
$$V_{cdE} = I_E \cdot R_1 + 0 + 0 = 1{,}5V$$



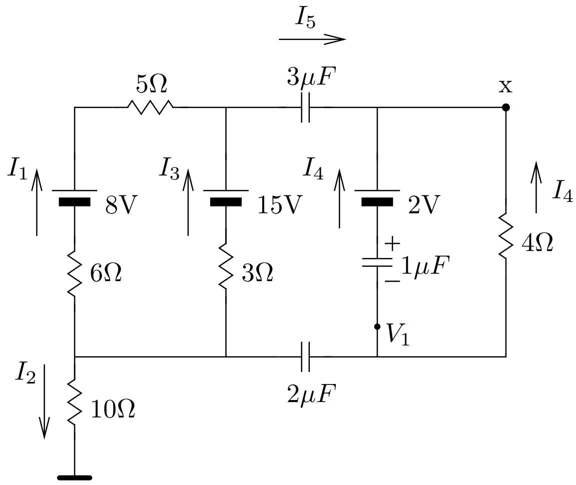
Y seguiría como en las soluciones anteriores.

Jun-94. En el circuito de la figura determinar:

a) Carga almacenada por cada uno de los condensadores.
b) Potencial del punto x.



Solución:



a) $I_3 = I_5 = 0$

$I_3 + I_5 = I_4 \Rightarrow I_4 = 0$

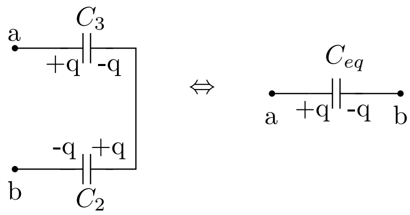
$V_1 - 2 = 0 \Rightarrow V_1 = 2V$

$q_1 = C_1 \cdot V_1 = 1\mu F \cdot 2V = 2\mu C$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8 = 5I_1 + 15 - 3I_2 + 6I_1 = 11I_1 - 3I_2 + 15 \\ I_1 + I_2 = I_5 = 0 \Rightarrow I_1 = -I_2 \end{array} \right.$$

$I_1 = -0,5A$

$I_2 = 0,5A$



$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = \frac{6}{5}\mu F$$

$$q = V_{ab} \cdot C_{eq}$$

$$V_{ab} = 15 - 3I_2 = 13{,}5V$$

$$q = 13{,}5V \cdot \frac{6}{5}\mu F = 16{,}2\mu C = q_2 = q_3$$

b) V_x?

$$V_x = V_{xy} + V_{yb} + V_b$$

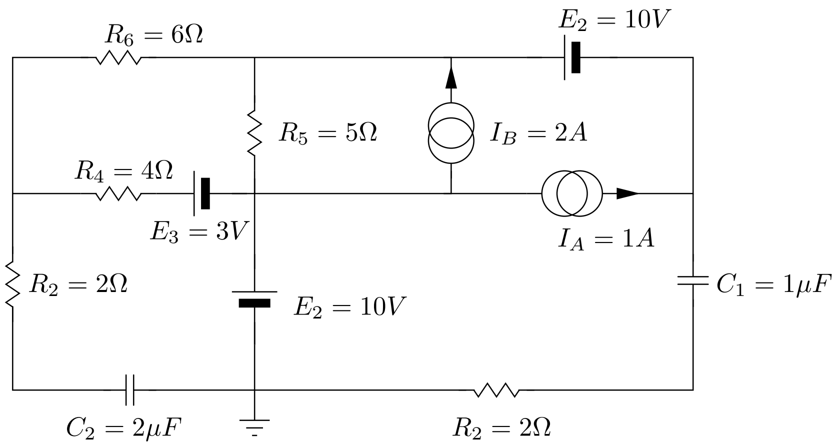
$$I_6 = I_1 + I_2 = \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = 0A \Rightarrow V_b = 0$$

$$V_{yb} = \frac{q}{C} = \frac{16{,}2\mu C}{2\mu F} = 8{,}1V$$

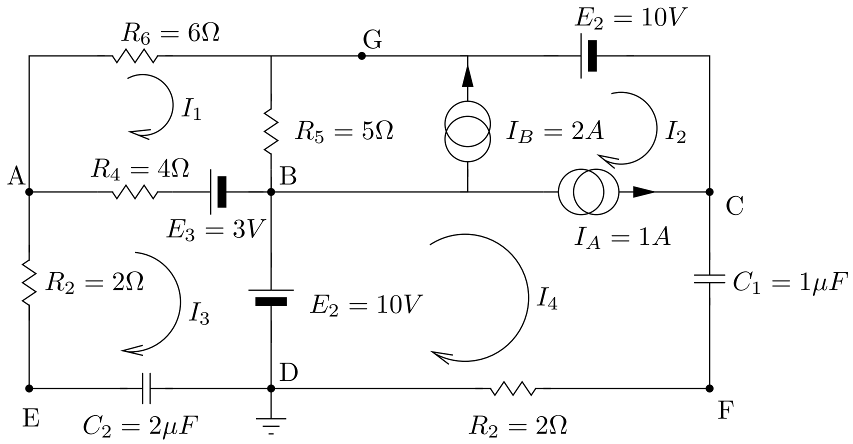
$$V_x = V_{yb} = 8{,}1V$$

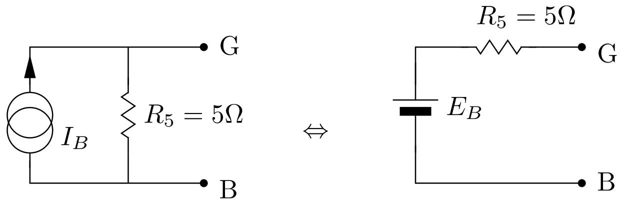
Ejercicios de examen resueltos en clase que no están en los boletines.

1. Determinar las cargas en los condensadores del circuito de la figura:



<u>**Solución:**</u>





En continua los condensadores actúan como un circuito abierto. ($I_3 = I_4 = 0$)

$$\begin{cases} R_6 \cdot I_! + R_5(I_1 + I_2) + E_B - E_3 + R_4(I_1 - I_3) = 0 \\ I_2 + I_A = I_4 \end{cases}$$

$I_4 = 0 \Rightarrow I_2 = I_A = -1A$

$G \cdot I_1 + 5(I_1 + 1) + 10 - 3 + 4(I_1 - 0) = 0$

$I_1 = -\dfrac{12}{15}A$

$Q_1 = C_1 \cdot V_{CF}$

$Q_2 = C_2 \cdot V_{ED}$

$V_{CF} = V_{CB} + V_{BD} - V_{DF} = V_{CG} + V_{GB} + V_{BD} = -10 - (I_1 - I_2) - 5 + 10 + 10 = \left(-\dfrac{12}{15} + 1\right) - 5 + 10 = \left(-\dfrac{4}{5} + 1\right) - 5 + 10 = 1 + 10 = 11V$

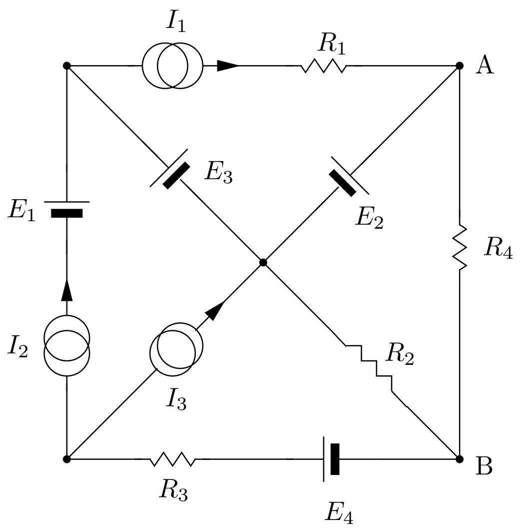
$Q_1 = 1\mu F \cdot 11V = 11\mu C$

$V_{ED} = V_{EA} + V_{AB} + V_{BD} = 4(I_3 - I_1) + 3 + 10 = -4 \cdot I_3 + 3 + 10 = -4 - \left(-\dfrac{4}{5}\right) + 13 = \dfrac{16}{5} + \dfrac{65}{5} = \dfrac{81}{5}V$

$Q_2 = 2\mu F \cdot \dfrac{81}{5}V = \dfrac{162}{5}\mu C = 32{,}4\mu C$

2. Dado el circuito de la figura se pide:

   a) Intensidad en cada rama.
   b) Potencia entregada por los generadores y absorvida por las resitencias.
   c) Calcualar el aquivalente Thévenin entre A y B.

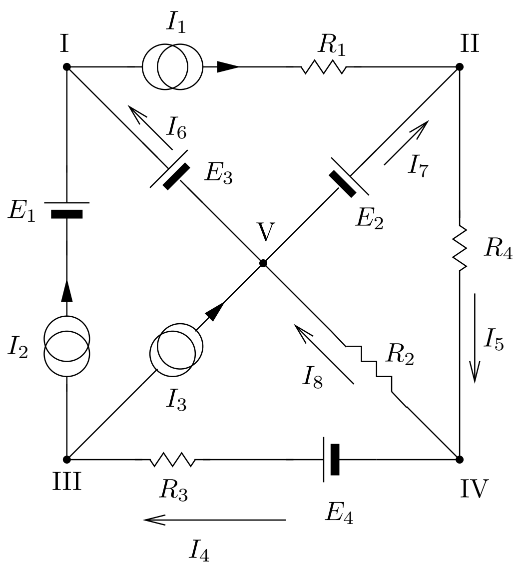


$I_1 = 1A \qquad R_i = i\Omega$

$I_2 = 2A$

$I_3 = 3A$

<u>Solución:</u>



$I_1 = 1A \qquad R_i = i\Omega$

$I_2 = 2A$

$I_3 = 3A$

a) Intensidad en cada rama

   I) $I_2 + I_6 = I_1$
   $I_6 = -1A$

   IV) $I_4 = I_2 + I_3 = 5A$

   III) $I_5 = I_8 + I_4 = I_8 + 5$

II) $I_1 + I_7 = I_5 = 1 + I_7$

V) $I_3 + I_8 = I_6 + I_7$
$3 + I_8 = -1 + I_7$

$I_5 = 2A$

$I_7 = 1A$

$I_8 = -3A$

b)
- Potencia disipada en las resistencias:

  $P_{R_1} = {I_1}^2 \cdot R_1 = 1^1 \cdot 1 = 1W$

  $P_{R_2} = {I_8}^2 \cdot R_2 = (-3)^1 \cdot 2 = 18W$

  $P_{R_3} = {I_4}^2 \cdot R_3 = 5^1 \cdot 3 = 75W$

  $P_{R_4} = {I_5}^2 \cdot R_4 = 2^2 \cdot 4 = 16W$

  $P_{TOTAL} = 1 + 18 + 75 + 16 = 110W$

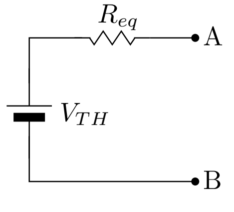
- Potencia entregada por los generadores:

$$\left.\begin{array}{l}
\text{Potencia entregada por } I_1 = V_{I_1} \cdot I_1 = 0W \\
\text{Potencia entregada por } I_2 = V_{I_2} \cdot I_2 = -38W \\
\text{Potencia entregada por } I_3 = V_{I_3} \cdot I_3 = -51W \\
\text{Potencia entregada por } E_1 = E_1 \cdot (-I_2) = -2W \\
\text{Potencia entregada por } E_2 = E_2 \cdot (-I_1) = -2W \\
\text{Potencia entregada por } E_3 = E_3 \cdot (-I_6) = 3W \\
\text{Potencia entregada por } E_4 = E_4 \cdot (-I_4) = -20W
\end{array}\right\} -110W$$

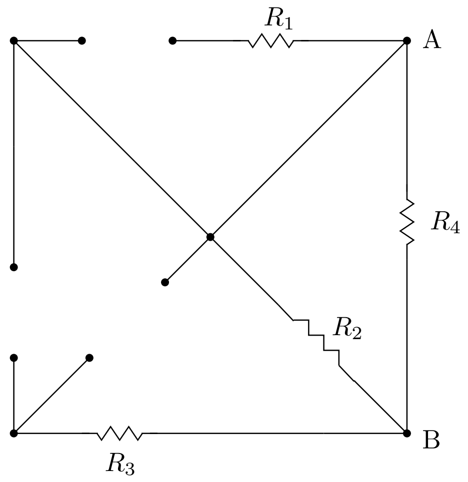
$$V_{I_1} + I_1 \cdot 1 + E_2 - E_3 = 0 \Rightarrow V_{I_1} = 0$$

$$\left.\begin{array}{l}
V_{I_2} - 1 + 3 - V_{I_3} = 0 \\
V_{I_3} - I_8 \cdot 2 - 4 + I_4 \cdot 3 = 0
\end{array}\right\} \begin{array}{l} V_{I_2} = -19V \\ V_{I_3} = -17V \end{array}$$

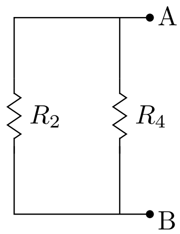
c) Thévenin entre A y B:



$V_{TH} = I_5 \cdot R_4 = 2 \cdot 4 = 8V$



$\Rightarrow$



$$R_{eq} = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{2 \cdot 4}{2+4} = \frac{4}{3}\Omega$$