Ejercicios del Tema 1. Introducción a la Lógica

1.- ¿Cuáles de las frases siguientes son proposiciones? ¿Cuál es el valor de verdad de aquellas que son proposiciones?

a) En 1990, Felipe González era presidente del gobierno.

b) ¡Ojalá todas las mañanas fuesen tan soleadas como esta!

c) Quince es un número par.

d) 2 + 3 = 6.

e) ¿Qué hora es?

f) Hay 15 km desde el Obelisco hasta esta facultad de informática.

g) Prohibido el paso.

h) $x + 2 = 8$.

i) $x + y = y + x$ para todo par de números reales x e y.

2.- ¿Cuál es la negación de cada uno de estos enunciados?

a) Hoy es martes.

b) No hay contaminación en Coruña.

c) $2 + 6 > 3$

d) El verano en Galicia es seco y soleado.

3.- Sean p, q y r los enunciados

p: Tienes fiebre. q: Suspendes el examen final. r: Apruebas el curso.

Expresa cada una de las fórmulas siguientes en lenguaje natural.

a) $p \to q$ ***b)*** $\neg q \leftrightarrow r$ ***c)*** $q \to \neg r$

d) $p \vee q \vee r$ ***e)*** $(p \to \neg r) \vee (q \to \neg r)$ ***f)*** $(p \wedge q) \vee (\neg q \wedge r)$

4.- Sean p, q y r las proposiciones siguientes:

p: Tienes un 10 en el examen final de Matemáticas

q: Haces todas las prácticas de laboratorio

r: La calificación final de Matemáticas es 10

Expresa los enunciados siguientes usando p, q y r y conectivos lógicos.

a) Tienes un 10 en el examen final de Matemáticas, pero no haces todas las prácticas.

b) Para que la calificación final sea un 10 es necesario que la nota del examen final sea también 10.

c) Tendrás un 10 en esta asignatura si, y sólo si, haces todas prácticas o tu nota del examen final es 10.

d) Tener un 10 en el examen final y realizar todas las prácticas es condición suficiente para que la calificación final de Matemáticas sea 10.

e) Para que la calificación fina sea 10 es necesario, pero no suficiente, hacer todas las prácticas y obtener un 10 en el examen final.

5.- Determina el valor de verdad de cada una de los condicionales siguientes:

a) Si 3 + 4 = 12, entonces 3 + 2 = 6.

b) Si 3 + 3 = 6, entonces 3 + 6 = 9.

c) Si 3 + 3 = 6, entonces 3 + 4 = 9.

d) Si Thomas Jefferson fue el tercer presidente de los Estados Unidos, entonces 2 + 3 = 5.

e) Si los cerdos vuelan, entonces 1 + 1 = 3

6.- Expresa cada uno de los enunciados siguientes de la forma "si *p*, entonces *q*"

a) Nieva siempre que sopla el viento del norte.

b) Los manzanos florecen si hace calor más de una semana.

c) Es necesario caminar 15 km para llegar a la cima del Mustallar.

d) Para aprobar álgebra es suficiente estudiar.

e) La garantía es válida sólo si has comprado el ordenador hace menos de dos años.

f) Si llueve necesitas un paraguas.

g) Viento del sur implica deshielo en primavera.

7. - Construye la tabla de verdad para cada una de las proposiciones compuestas siguientes. Indica cuáles de ellas son tautologías.

a) $\neg(p \vee \neg q) \rightarrow \neg p$ *b)* $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ *c)* $(p \rightarrow q) \rightarrow r$

d) $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$ *e)* $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$ *f)* $(p \wedge q) \rightarrow p$

g) $q \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$ *h)* $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \mathrm{r})] \rightarrow (p \rightarrow r)$

8.- Escribe la negación de cada una de las proposiciones siguientes y simplifica la proposición resultante:

a) $p \wedge (q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$ *b)* $(p \wedge q) \rightarrow r$

c) $p \rightarrow (\neg q \wedge r)$ *d)* $p \vee q \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$

9.- Sean *p*, *q*, *r* proposiciones primitivas. Verifica las equivalencias lógicas siguientes.

a) $p \rightarrow (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ *b)* $[p \rightarrow (q \vee r)] \Leftrightarrow [\neg r \rightarrow (p \rightarrow q)]$

c) $[(p \vee q) \rightarrow r] \Leftrightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ *d)* $[p \rightarrow (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge \neg q) \rightarrow r]$

10.- Dada la proposición: "Si el compuesto X está hirviendo, su temperatura ha de ser al menos de 250ºF", ¿cuál de las proposiciones siguientes ***no*** es lógicamente equivalente a ella?

a) Si la temperatura de X está por debajo de 250ºF, entonces X no hierve.

b) El compuesto X hierve, sólo si su temperatura es al menos de 250ºF.

c) Una condición necesaria para que el compuesto hierva es que su temperatura sea al menos de 250ºF.

d) Una condición suficiente para que el compuesto hierva es que su temperatura sea al menos de 250ºF.

11.- ¿Son consistentes las siguientes especificaciones de sistema? “El sistema está en estado multiusuario si, y sólo si, está operando normalmente. Si el sistema está operando normalmente, el núcleo está funcionando. El núcleo no está funcionando o el sistema está en modo interrupción. Si el sistema no está en estado multiusuario, entonces está en modo interrupción. El sistema no está en modo interrupción”.

12.- ¿Qué reglas de inferencia se usan en los argumentos siguientes?

a) Alicia estudia matemáticas. Por lo tanto, Alicia estudia bien matemáticas o bien literatura.

b) Juan estudia matemáticas y literatura. Por tanto, Juan estudia matemáticas.

c) Si llueve, se cierra la piscina. Llueve; por tanto, la piscina está cerrada.

d) Si nieva hoy, se cerrará la universidad. La universidad no está cerrada hoy. Por tanto, no nieva hoy.

e) Si voy a nadar, entonces estaré al sol demasiado tiempo. Si estoy al sol demasiado tiempo, me quemaré. Por tanto, si voy a nadar me quemaré.

13.- Dadas las hipótesis siguientes:

H1- Si surge el paro, aumenta el gasto público y los impuestos no pueden rebajarse.

H2- Si la inversión privada no permanece constante, pueden rebajarse los impuestos.

H3- Si la inversión privada permanece constante o no aumenta el gasto público, surge el paro.

¿Cuál de las conclusiones siguientes se obtiene?

a) Aumenta el gasto público y surge el paro.

b) Aumenta el gasto público.

c) Surge el paro.

d) Pueden rebajarse los impuestos y la inversión permanece constante.

14.- Para el universo de los números enteros, sean Q(x), R(x), S(x) y T(x) los predicados siguientes:

Q(x): x es par

R(x): x es un cuadrado perfecto

S(x): x es divisible por 4

T(x): x es divisible por 5

a) Escribe las proposiciones siguientes de forma simbólica:

i) Al menos un entero es par

ii) Ningún entero par es divisible por 5

iii) Si x es par y un cuadrado perfecto, entonces x es divisible entre 4

b) Determina si es verdadera o falsa cada una de las proposiciones anteriores. Para cada proposición falsa, da un contraejemplo.

c) Expresa en lenguaje común cada una de las representaciones simbólicas siguientes:

iv) $\forall x\, [S(x) \to \neg T(x)]$

v) $\exists x\, [S(x) \wedge \neg R(x)]$

vi) $\forall x\, [\neg R(x) \vee \neg Q(x) \vee S(x)]$

d) Escribe la negación de las proposiciones anteriores.

15.- Para el universo de todos los profesores y alumnos de un centro, se consideran los predicados:

S(x) : x es un estudiante

F(x) : x es un profesor

A(x ,y) : x ha hecho alguna pregunta a y

a) Escribe los siguientes enunciados en forma simbólica.

- Todos los estudiantes han hecho alguna pregunta al profesor Fernández
- Todos los profesores han hecho alguna pregunta a la profesora Rodríguez o han sido preguntados por la misma profesora
- Hay un profesor al que ningún estudiante ha hecho nunca una pregunta
- Hay un estudiante que ha hecho alguna pregunta a cada uno de los profesores
- Cada estudiante ha sido preguntado al menos por un profesor.

b) Escribe la negación de las proposiciones anteriores en forma simbólica y en lenguaje natural.