

Práctica 1

La sucesión de Fibonacci se define inductivamente del modo siguiente:

$$\text{fib}(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n=0; \\ 1 & \text{si } n=1; \\ \text{fib}(n-1)+\text{fib}(n-2) & \text{si } n \geq 2. \end{cases}$$

El objetivo de la práctica es comprobar empíricamente el análisis teórico de la eficiencia de tres algoritmos diferentes que permiten calcular esta sucesión, familiarizándose además con el problema de la medición de tiempos.

Algoritmo fib1: $O(\phi^n)$, $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

```

función fib1 (n);
  si n<2 entonces devolver n
  sino devolver fib1(n-1) + fib1(n-2)
fin si
fin función
    
```

Algoritmo fib2: $O(n)$

```

función fib2 (n);
  i := 1; j := 0;
  para k := 1 hasta n hacer
    j := i + j; i := j - i
  fin para;
  devolver j
fin función
    
```

Algoritmo fib3: $O(\log n)$

```

función fib3 (n);
  i := 1; j := 0; k := 0; h := 1; t := 0
  mientras n>0 hacer
    si n es impar entonces
      t := jh;
      j := ih + jk + t;
      i := ik + t
    fin si;
    t := h2;
    h := 2kh + t;
    k := k2 + t;
    n := n div 2
  fin mientras;
  devolver j
fin función
    
```

1. Implemente en C (véanse las figuras 1 y 2) los tres algoritmos y compare sus tiempos de ejecución, tomando como referencia para el cálculo de Fib1 los valores: 2, 4, 8, 16 y 32; y para Fib2 y Fib3: 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000 y 10.000.000 (nota: la sucesión de Fibonacci crece muy deprisa: fib(100) tiene ya 21 cifras decimales. Para efectos de esta práctica no es necesario tener en cuenta los problemas de desbordamiento).
2. Analice los resultados obtenidos realizando una comprobación empírica de la complejidad teórica. Igualmente se realizará una comprobación empírica utilizando una cota subestimada y otra sobreestimada para cada algoritmo:
 - En el caso del primero algoritmo use la función $f(n) = 1,1^n$ para la cota subestimada, y $f(n) = 2^n$ para la sobreestimada.
 - En el segundo algoritmo se proponen $f(n) = n^{0,8}$ y $f(n) = n \log(n)$.
 - Y en el tercero, $f(n) = \sqrt{\log(n)}$ para la cota subestimada, y $f(n) = n^{0,5}$ para la sobreestimada.

```

#include <sys/time.h>
#include <stdio.h>

/* obtiene el tiempo actual en microsegundos */
long microsegundos() {
    struct timeval t;
    if (gettimeofday(&t, NULL) < 0 )
        return 0.0;
    return (t.tv_usec + t.tv_sec * 1000000);
}

```

Figura 1: Módulo del control de tiempo

```

#include <stdio.h>
#include <math.h>

int fib3(int n) {
    int i, j, k, h, t;
    i = 1; j = 0; k = 0; h = 1;
    while ( n > 0 ) {
        if ((n % 2) != 0) {
            t = j * h;
            j = (i * h) + (j * k) + t;
            i = (i * k) + t;
        }
        t = h * h;
        h = (2 * k * h) + t;
        k = (k * k) + t;
        n = n / 2;
    }
    return j;
}

int main() {
    int n;
    double t1, t2, t;
    double x, y, z;

    n=1000000;
    t1 = microsegundos();
    fib3(n);
    t2 = microsegundos();
    t = t2-t1;

    x = t / sqrt(log(n));
    y = t / log(n);
    z = t / pow(n, 0.5);
    printf("%12d%15.3f%15.6f%15.6f%15.6f\n", n, t, x, y, z);
}

```

Figura 2: función fib3