

NOTAS DE LÓGICA PROPOSICIONAL

1 Algunas fórmulas útiles

El símbolo \equiv representa la equivalencia \Leftrightarrow .

1. $A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$
2. $\neg\neg A \equiv A$
3. $A \Rightarrow true$
4. $false \Rightarrow A$
5. $A \vee true \equiv true$
6. $A \wedge true \equiv A$
7. $A \vee false \equiv A$
8. $A \wedge false \equiv false$.
9. $true \Rightarrow A \equiv A$. En este caso $A \equiv true$
10. $A \Rightarrow false \equiv \neg A$. En este caso $A \equiv false$
11. $A \wedge B \Rightarrow A$
12. $A \wedge B \Rightarrow B$
13. $A \Rightarrow A \vee B$ (si $x > 0$, entonces $x \geq 0$)
14. $B \Rightarrow A \vee B$ (si $x = 0$, entonces $x \geq 0$)
15. $\neg(A \vee B) \equiv (\neg A) \wedge (\neg B)$
16. $\neg(A \wedge B) \equiv (\neg A) \vee (\neg B)$
17. $A \Rightarrow (B \vee C) \equiv (A \Rightarrow B) \vee (A \Rightarrow C)$
18. $A \Rightarrow (B \wedge C) \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)$
19. $A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \equiv (A \wedge B) \Rightarrow C$
20. $(B \Rightarrow C_1) \wedge ((\neg B) \Rightarrow C_2) \equiv (B \wedge C_1) \vee ((\neg B) \wedge C_2)$

2 Aplicación

La más débil precondition para un if-then-else:

$$\mathcal{WP}(\text{if } b \text{ then } c_0 \text{ else } c_1, Q) \equiv (b \wedge \mathcal{WP}(c_0, Q)) \vee ((\neg b) \wedge \mathcal{WP}(c_1, Q)) \equiv (b \Rightarrow \mathcal{WP}(c_0, Q)) \wedge ((\neg b) \Rightarrow \mathcal{WP}(c_1, Q))$$

Por tanto $\models \{P\} \text{ if } b \text{ then } c_0 \text{ else } c_1 \{Q\}$ sí y solo si $P \Rightarrow (b \Rightarrow \mathcal{WP}(c_0, Q) \wedge ((\neg b) \Rightarrow \mathcal{WP}(c_1, Q)))$ lo cual, por las fórmulas del apartado anterior es equivalente a:

$$(P \wedge b \Rightarrow \mathcal{WP}(c_0, Q)) \wedge (P \wedge (\neg b) \Rightarrow \mathcal{WP}(c_1, Q))$$

o sea: $\models \{P \wedge b\} c_0 \{Q\}$ y $\models \{P \wedge (\neg b)\} c_1 \{Q\}$