Medios de Transmisión (2007-08)
Práctica 1
Señales

15-19 de Octubre del 2007

Una señal puede definirse como una función matemática de una o más variables independientes que contienen información sobre el comportamiento o naturaleza de algún fenómeno físico.

1. Generación de Señales básicas

El objetivo de este apartado es la generación y representación de señales básicas en MATLAB. Dado que en MATLAB los datos numéricos siempre se manejan en forma de matrices $M \times N$, *las señales deben representarse como vectores*, bien sea en forma de vectores columna (matriz $M \times 1$) o bien vectores fila (matriz $1 \times N$). En MATLAB todas las señales deben ser de longitud finita en contraposición con las señales manejadas al resolver problemas de forma analítica en donde una fórmula matemática puede utilizarse para representar una señal de longitud infinita (p. ej., una sinusoide, $sen\left(\frac{\pi}{4}n\right)$).
Un segundo aspecto son los índices asociados a un vector de señal. MATLAB supone por defecto que los índices de un vector van desde 1 hasta N, la longitud del vector. Por el contrario, es habitual utilizar índices que se extienden desde 0 hasta N-1; o, incluso, índices que tomen valores negativos, p. ej. -N. La información sobre los índices no puede incluirse en el vector de señal. El usuario está obligado a llevar cuenta de esta información de forma separada. Normalmente, esto no es un problema hasta que llega la hora de dibujar la señal, en cuyo caso el eje horizontal debe ajustarse adecuadamente.
Una característica sobresaliente de MATLAB es la de estar especialmente concebido para manejar vectores. Cuando se crean señales como una onda sinusoidal, es mejor aplicar la función `sin` a un argumento que sea un vector que contenga las muestras del tiempo. Por ejemplo, si se quiere generar la señal $x(n) = sen(n/2 + 1)$ pueden ejecutarse las siguientes instrucciones:

```
nn = 0:30;       % vector de índices de tiempo
sinus = sin(nn/2+1);
```

Observe que el índice $n = 0$ se corresponde con $nn(1)$, debido a la forma que tiene MATLAB de asignar los índices. Para visualizar la señal puede utilizarse la función `stem` que produce un dibujo de las señales discretas tal y como suelen aparecer en los libros de procesado de señal:

```
stem(nn,sinus);
```

El resultado puede observarse en la Figura 1. El primer argumento debe incluirse para obtener el eje n correcto.
Para comparar pruebe la instrucción `stem(sinus)` para ver el eje n dibujado por defecto. Recuerde que la instrucción `plot` permite también visualizar vectores pero uniendo los puntos por una raya contínua. Pruebe la instrucción `plot(sinus)`. Observe como en el dibujo no se aprecia claramente la sinusoide. Ello es debido a que el número de muestras por ciclo que se está tomando no es lo suficientemente grande como para dibujar una señal sinusoidal de la forma acostumbrada. En lugar de esto pruebe lo siguiente:

```
nn = 0:0.1:30;       % vector de indices de tiempo
sinus=sin(nn/2+1);
size(sinus)
plot(sinus)
```

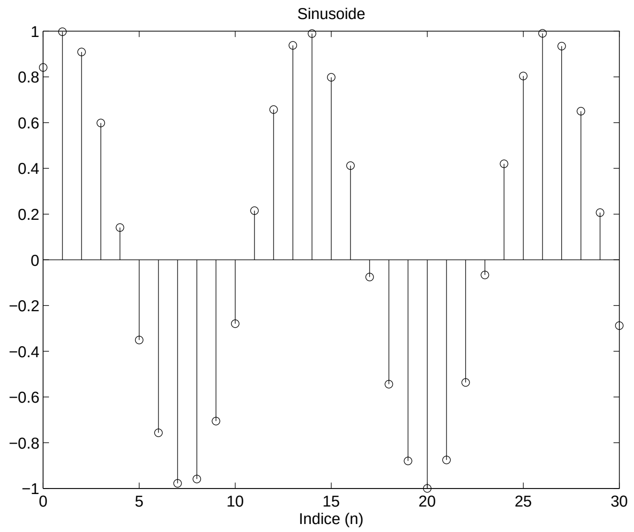

Figura 1: Sinusoide

Impulso Unidad

La señal más sencilla es el impulso unidad, que se define como:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

Para crear un impulso en MATLAB debemos decidir que porción de la señal nos resulta de interés. Si el impulso $\delta(n)$ va a utilizarse a la entrada de un sistema LTI causal , nos puede interesar ver L puntos desde $n = 0$ hasta $n = L - 1$. Si escogemos $L = 31$, el siguiente código de MATLAB creará un "impulso":

```
L=31;
nn=0:(L-1);
imp=zeros(1,L);
imp(1)=1;
```

Observe que con `imp(1)` nos referimos al índice $n = 0$.

- Genere y dibuje las siguientes secuencias:
  - $x_1(n) = 0{,}9\delta(n)$, para $-1 \leq n \leq 20$
  - $x_2(n) = 1{,}5\delta(n)$, para $-30 \leq n \leq 35$

Escalón Unitario

Se define de la forma:

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

Como en MATLAB solo podemos representar señales finitas, no podremos representar esta señal, pero sí una porción de ella.

- Genere y dibuje la siguiente secuencia:
  - $*$ $u(n)$, para el dominio $-10 \leq n \leq 10$

Pulso Rectangular

Secuencia discretas que aproximen un pulso rectangular son las siguientes:

$$r_1(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n < L \\ 0 & resto \end{cases}$$

$$r_2(n) = \begin{cases} 0 & n < -L \\ 1 & -L \leq n \leq L \\ 0 & n > L \end{cases}$$

- Genere y dibuje las siguientes secuencias:
  - $*$ Para el dominio $-10 \leq n \leq 10$:

$$r_1(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n < 5 \\ 0 & resto \end{cases}$$

  - $*$ Para el dominio $-8 \leq n \leq 5$:

$$r_2(n) = \begin{cases} 0 & n < -3 \\ 1 & -3 \leq n \leq 3 \\ 0 & n > 3 \end{cases}$$

  - $*$ Un pulso de 12 puntos de duración para $0 \leq n \leq 50$.

Pulso Triangular

Se define como:

$$r(n) = \begin{cases} L - n & 0 \leq n < L \\ L + n & -L < n < 0 \\ 0 & resto \end{cases}$$

- Genere y dibuje la siguiente secuencia:
  - $*$ Pulso triangular de 21 puntos sobre el dominio $-20 \leq n \leq 20$.

Señales Sinusoidales

Otra señal b'asica es la onda sinusoidal. En general, una sinusoide está definida por tres parámetros reales: Amplitud (A), frecuencia ($\omega_0/2\pi$) y fase (ϕ).

$$x(n) = A\ sen(\omega_0 n + \phi)$$

- Genere y dibuje las siguientes secuencias:

$$\begin{array}{ll} x_1(n) = sen\left(\frac{\pi}{17}n\right) & 0 \leq n \leq 25 \\ x_2(n) = \frac{sen 0{,}1\pi n}{\pi n} = sinc(n) & -50 \leq n \leq 50 \\ x_3(n) = 10.cos\left(\frac{\pi}{7}n + \frac{\pi}{4}\right) & 0 \leq n \leq 30 \end{array}$$

Exponenciales Discretas

De la forma: $x(n) = a^n$.

- Genere y dibuje la siguiente secuencia:

$$x(n) = 0{,}9^n \quad 0 \leq n \leq 20$$

2. Señales complejas

Las señales complejas se pueden expresar de dos formas diferentes: en coordenadas cartesianas (parte real y parte imaginaria)

$$x(n) = x_r(n) + jx_i(n)$$

o en coordenadas polares (módulo y fase)

$$x(n) = r(n)e^{j\phi(n)}$$

Aunque las señales que se manejan en el dominio del tiempo son habitualmente reales, con frecuencia resulta útil generar, procesar e interpretar pares de señales reales como señales complejas. Esto se consigue combinando las señales en la parte real y la parte imaginaria para construir una sóla señal compleja y operando este par de señales según las reglas aritméticas complejas.

En MATLAB, las funciones `real` e `imag` permiten extraer la parte real y la parte imaginaria de un vector complejo, y las funciones `abs` y `angle` el módulo y la fase de un vector complejo respectivamente.

Para representar una señal compleja es necesario dibujar separadamente o bien la parte real y la parte imaginaria, o bien su módulo y fase.

Si se quieren visualizar simultaneamente dos señales en una misma ventana, se deben introducir los comandos `subplot(211)` y `subplot(212)` antes de cada `stem` para conseguir que los dos dibujos aparezcan uno encima del otro. Por ejemplo, la Figura 2 fue creada utilizando el siguiente código:

```
nn=0:25;
xx=exp(j*nn/3);
subplot(211);
stem(nn,real(xx));
title('PARTE REAL');
xlabel('INDICE (n)');
subplot(212);
stem(nn,imag(xx));
title('PARTE IMAGINARIA');
xlabel('INDICE (n)');
```

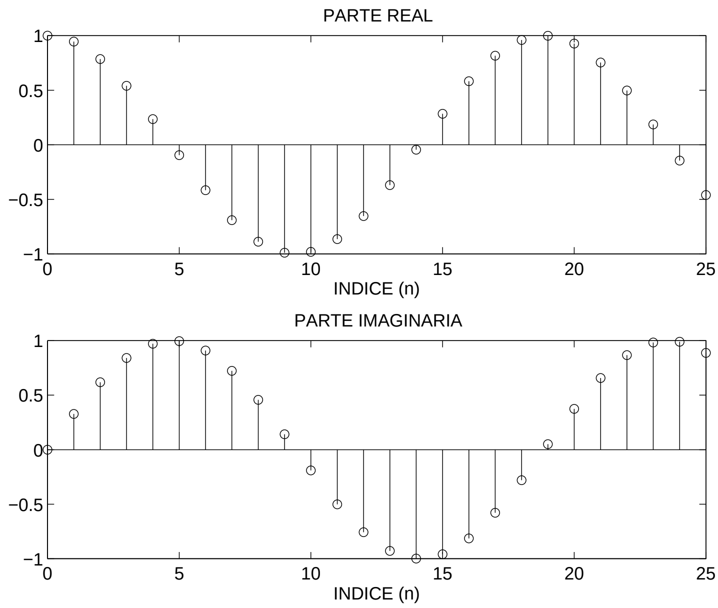

Figura 2: Dibujo de la parte real e imaginaria de una exponencial compleja con `subplot`

Las exponenciales complejas son funciones que juegan un papel muy importante en el análisis de señales y sistemas. Las exponenciales complejas tienen la forma $x(n) = A\ z^n$ donde $A = |A|\ e^{j\phi}$ y $z = r\ e^{j\omega_0}$ son dos números complejos. Utilizando la relación de Euler las exponenciales complejas tienen la forma general siguiente:

$$x(n) = |A|(cos(\omega_0 n + \phi) + jsen(\omega_0 n + \phi))$$

- Genere la siguiente señal y, dibujela primero en coordenadas cartesianas y después en coordenadas polares.

$$x_1(n) = 0{,}9^n e^{j\frac{\pi}{10}n} \quad 0 \leq n \leq 100$$

- Genere y dibuje las siguientes señales. Si la señal es real debe ser generada como la parte real de una exponencial compleja. En cada caso el rango de los índices debe extenderse sólo sobre el rango indicado.

$$\begin{array}{ll} x_1(n) = 3sen(\frac{\pi}{7}n) + j4cos(\frac{\pi}{7}n) & 0 \leq n \leq 20 \\ x_2(n) = 1{,}1^n cos(\frac{\pi}{11}n + \frac{\pi}{4}) & 0 \leq n \leq 50 \\ x_3(n) = 0{,}9^n cos(\frac{\pi}{11}n) & -10 \leq n \leq 20 \end{array}$$