Práctica 3
Medios de Transmisión
Respuesta en Frecuencia de Sistemas Lineales e Invariantes en el Tiempo

19-23 de Noviembre de 2007

1. Introducción

El objetivo de esta práctica es ilustrar el concepto de respuesta en frecuencia de un sistema lineal e invariante en el tiempo (LTI).

Es bien sabido que un sistema LTI está totalmente caracterizado a través de su respuesta al impulso $h(n)$. Conociendo $h(n)$ puede calcularse la salida $y(n)$ para una entrada cualquiera $x(n)$ empleando la operación de convolución

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \tag{1}$$

MATLAB posee ya la función `conv` que lleva a cabo la convolución de dos vectores de longitud finita [1]. Así pues, dada una respuesta al impulso $h(n)$ de longitud finita y una entrada $x(n)$ también de longitud finita, la salida puede obtenerse utilizando la función `conv`.

Una propiedad que tienen los sistemas LTI es que si su entrada es una exponencial compleja a la frecuencia ω_0 la salida también es una exponencial compleja de la misma frecuencia sólo que aparece multiplicada por un número complejo

$$e^{j\omega_0 n} \longrightarrow H(\omega_0)\ e^{j\omega_0 n} \tag{2}$$

La constante compleja por la que aparece multiplicada la exponencial a la salida es precisamente la respuesta en frecuencia del sistema en ω_0. La respuesta en frecuencia está relacionada con la respuesta al impulso por medio de la transformada de Fourier. Con objeto de esta práctica, hemos construido una función llamada `dtft` que calcula la TF de una secuencia [2].

Para ilustrar el significado físico de la respuesta en frecuencia, se ha elaborado el programa `respfrec`. El programa considera un sistema LTI con una respuesta al impulso

$$h(n) = \frac{sen(0{,}1\pi n)}{\pi n}$$

[1] Haga `help conv` para obtener más información sobre la función `conv`
[2] Haga `help dtft` para obtener más información sobre la función `dtft`

y determina la salida cuando la entrada es la señal

$$x(n) = x_0(n) + x_1(n) \tag{3}$$

donde

$$\begin{aligned} x_0(n) &= cos(\frac{\pi}{12}n) \\ x_1(n) &= cos(\frac{\pi}{3}n) \end{aligned}$$

Para ello el programa comienza generando $x(n)$ en el rango $0 \leq n \leq 100$. Se dibujan en una primera ventana gráfica las dos componentes sinusoidales que constituyen la entrada. A continuación se dibujan en una segunda ventana gráfica la señal de entrada y su transformada de Fourier en 500 puntos entre $-\pi$ y π. Posteriormente se genera la respuesta al impulso en el rango $-50 \leq n \leq 50$, se calcula la respuesta en frecuencia y se dibujan ambas en una tercera ventana gráfica. Puede observarse que se trata de un filtro paso bajo con un ancho de banda de $0{,}1\pi$. Finalmente, se calcula la salida mediante la convolución entre la entrada y la respuesta al impulso y se dibujan la salida y su transformada de Fourier en una última ventana gráfica. Puede observarse como, al tratarse de un filtro paso bajo, la componente de alta frecuencia ha sido eliminada y la salida coincide con la componente de baja frecuencia de la entrada.

1. Ejecute el programa `respfrec` del final del enunciado consultando aquellas instrucciones para las que desconozca su funcionamiento.

2. Modifique el programa para que funcione con la misma entrada de antes y la respuesta al impulso siguiente

$$h_{alto}(n) = \delta(n) - \frac{sen(0{,}1\pi n)}{\pi n} \tag{4}$$

   Conserve los rangos $0 \leq n \leq 100$ para $x(n)$ y $-50 \leq n \leq 50$ para $h(n)$. Observe que este caso es un filtro paso alto que elimina la componente de baja frecuencia y deja pasar la de alta frecuencia.

3. Genere y dibuje la siguiente señal de entrada, considerando los mismos rangos que antes para la generación de las señales,

$$x(n) = x_0(n) + x_1(n) + x_2(n) + x_3(n) \tag{5}$$

   donde

$$\begin{aligned} x_0(n) &= cos(\pi n) \\ x_1(n) &= cos(\frac{\pi}{2}n) \\ x_2(n) &= cos(\frac{\pi}{4}n) \\ x_3(n) &= cos(\frac{\pi}{8}n) \end{aligned}$$

   Modifique el programa para que funcione con esta entrada y las siguientes respuestas al impulso:

a) Filtro paso bajo

$$h_{bajo}(n) = \frac{sen(\frac{3\pi}{16}n)}{\pi n}$$

Observe como la salida coincide con $x_3(n)$.
Haga lo mismo con filtros de este tipo usando estos anchos de banda: $\frac{3\pi}{8}$, $\frac{3\pi}{4} y\ \pi$.
Observe con quien se corresponden las salidas de estos filtros.

b) Filtro paso banda

$$h_{banda}(n) = \frac{2sen(\frac{\pi}{16}n)}{\pi n}\ cos(\frac{\pi}{4}n)$$

Observe como la salida coincide con $x_2(n)$.

Calcule el filtro paso banda para quedarse con la señal $x_1(n)$ y observe su salida.

c) Filtro paso alto

$$h_{alto}(n) = \delta(n) - \frac{sen(\frac{3\pi}{4}n)}{\pi n}$$

Observe como la salida coincide con $x_0(n)$.

d) Filtro banda eliminada

$$h_{elim}(n) = \delta(n) - 2\frac{sen(\frac{\pi}{8}n)}{\pi n}\ cos(\frac{\pi}{2}n)$$

Observe como la salida coincide con $x_0(n) + x_2(n) + x_3(n)$.