Práctica 4
Medios de Transmisión
Transformada de Fourier
Propiedad de Convolución

5 de Diciembre de 2007

1. Introducción

El análisis de los sistemas LTI se simplifica notablemente cuando trabajamos con las señales en el dominio de la frecuencia y no en el dominio del tiempo. En particular, la operación de convolución se transforma en un simple producto:

`y(n)=x(n)*h(n)` $\longleftrightarrow$ `Y(w)=X(w).H(w)`

donde Y(w), X(w) y H(w) son las transformadas de Fourier de y(n), x(n) y h(n) respectivamente. H(w) se conoce con el nombre de *respuesta en frecuencia* del filtro.

En general, H(w) será una función compleja de variable real con lo que para representarla hay que visualizar su parte real y su parte imaginaria o, lo que es más habitual, su módulo $\mid H(w) \mid$ y su fase $\prec H(w)$. Es práctica habitual el representar $10\log(|H(w)|^2)$ en lugar de $\mid H(w) \mid$ debido a que muchos sistemas LTI se diseñan para que dejen pasar un determindo rango de frecuencias e introduzcan fuertes atenuaciones en otras. En estos casos los valores del módulo de la respuesta en frecuencia pueden flucturar mucho, por lo que es mejor representarlo sobre una escala logarítmica. A la función $20\log|H(w)|$ se le denomina módulo de H(w) expresado en decibelios (dB) o simplemente *ganancia en dB* del filtro.

Pruebe el siguiente **ejemplo**: sea h(n) la respuesta al impulso de un sistema LTI

```
nh=0:4;
h=ones(1,5)/5;
subplot(211);
stem(nh,h);
title('h(n)');
subplot(212);
[H,W]=dtft(h,500);
HdB=20*log10(abs(H));
plot(W,HdB);
axis([-4 4 -50 0]);
title('Respuesta en Frecuencia del Filtro');
```

La respuesta en frecuencia que resulta puede verse en la figura 1.

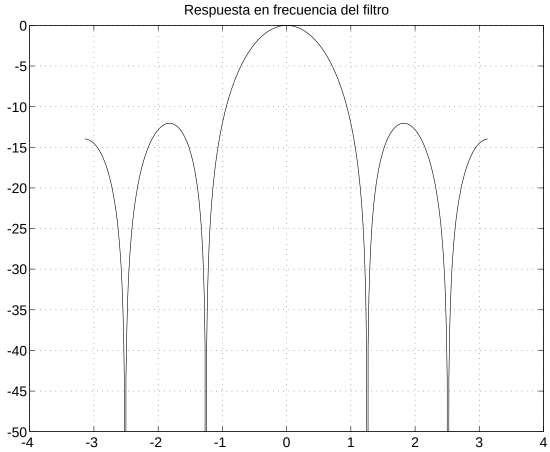

Figura 1: Respuesta en Frecuencia en dB

2. Propiedad de Convolución

$$\boxed{y(n) = x(n) * h(n) \Longleftrightarrow Y(w) = X(w).H(w)}$$

Como ya se comentó en la sección anterior, la propiedad de convolución de la Transformada de Fourier es una de las más importantes, ya que simplifica en la mayor parte de los casos el análisis de los sistemas LTI. Para demostrar esta propiedad, construya los siguientes ejemplos con Matlab:

1. a) Defina y dibuje dos señales x(n) y h(n) como dos pulsos rectangulares de igual longitud y de amplitud 1, en el dominio $-5 \leq n \leq 5$.
   b) Calcule y dibuje la señal $y(n) = x(n) * h(n)$.
   c) Calcule y dibuje el módulo de Y(w) (Transformada de Fourier de la señal y(n)), utilizando para ello la función `dtft`.
   d) Calcule y dibuje los módulos de X(w) y H(w) (Transformadas de Fourier de las señales x(n) y h(n) respectivamente).
   e) Calcule y dibuje la señal Y(w)=X(w).H(w) y compruebe que es la misma que la obtenida en el apartado c).
   f) Muestre los módulos expresados en dB de las Transformadas calculadas.

2. a) Defina y dibuje dos señales x(n) y h(n) como dos filtros paso bajo de ancho de banda $0{,}1\pi$ y $0{,}3\pi$ respectivamente, en el dominio $-22 \leq n \leq 22$.
   b) Calcule y dibuje la señal $y(n) = x(n) * h(n)$.
   c) Calcule y dibuje el módulo de Y(w).
   d) Calcule y dibuje los módulos de X(w) y H(w). Observe como la señales más anchas en el tiempo son más extrechas en frecuencia y viceversa.
   e) Calcule y dibuje la señal Y(w)=X(w).H(w) y compruebe que es la misma que la obtenida en el apartado c).

3. a) Defina y dibuje la señal x(n) como un pulso rectangular de amplitud 1 y h(n) como una exponencial de la forma a^n para $a < 1$ (respuesta al impulso de un filtro paso bajo RC, como el mostrado en la figura 2), en el dominio $0 \leq n \leq 20$.

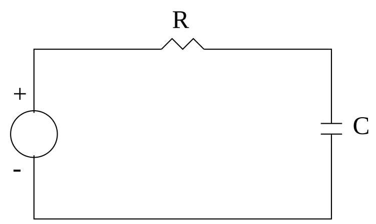

Figura 2: Circuito RC

b) Calcule y dibuje la señal $y(n) = x(n) * h(n)$ y razone la respuesta obtenida.
c) Calcule y dibuje el módulo de Y(w).
d) Calcule y dibuje los módulos de X(w) y H(w).
e) Calcule y dibuje la señal Y(w)=X(w).H(w) y compruebe que es la misma que la obtenida en el apartado c).

4. a) Defina y dibuje la señal x(n) como un impulso desplazado hasta el instante 2 y la señal h(n) como un pulso rectangular de amplitud 1, en el dominio $0 \leq n \leq 20$.
b) Calcule y dibuje la señal $y(n) = x(n) * h(n)$.
c) Calcule y dibuje el módulo y la fase de Y(w)[1]
d) Calcule y dibuje los módulos y fases de X(w) y H(w).
e) Calcule y dibuje el módulo y la fase de Y(w)=X(w).H(w) y compruebe que los resultados son los mismos que los obtenidos en el apartado c).

[1]Para calcular la fase use la instrucción de Matlab `angle` que nos devolverá la fase de la señal entre -pi y pi.