

# Práctica 4

## Medios de Transmisión

### Respuesta en Frecuencia de Sistemas Lineales e Invariantes en el Tiempo

24-28 de Noviembre de 2008

## 1. Introducción

El objetivo de esta práctica es ilustrar el concepto de respuesta en frecuencia de un sistema lineal e invariante en el tiempo (LTI).

Es bien sabido que un sistema LTI está totalmente caracterizado a través de su respuesta al impulso  $h(n)$ . Conociendo  $h(n)$  puede calcularse la salida  $y(n)$  para una entrada cualquiera  $x(n)$  empleando la operación de convolución

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \quad (1)$$

MATLAB posee ya la función `conv` que lleva a cabo la convolución de dos vectores de longitud finita <sup>1</sup>. Así pues, dada una respuesta al impulso  $h(n)$  de longitud finita y una entrada  $x(n)$  también de longitud finita, la salida puede obtenerse utilizando la función `conv`.

Una propiedad que tienen los sistemas LTI es que si su entrada es una exponencial compleja a la frecuencia  $\omega_0$  la salida también es una exponencial compleja de la misma frecuencia sólo que aparece multiplicada por un número complejo

$$e^{j\omega_0 n} \longrightarrow H(\omega_0) e^{j\omega_0 n} \quad (2)$$

La constante compleja por la que aparece multiplicada la exponencial a la salida es precisamente la respuesta en frecuencia del sistema en  $\omega_0$ . La respuesta en frecuencia está relacionada con la respuesta al impulso por medio de la transformada de Fourier. Con objeto de esta práctica, hemos construido una función llamada `dtft` que calcula la TF de una secuencia <sup>2</sup>.

Para ilustrar el significado físico de la respuesta en frecuencia, se ha elaborado el programa `respfreq`. El programa considera un sistema LTI con una respuesta al impulso

$$h(n) = \frac{\text{sen}(0,1\pi n)}{\pi n}$$

---

<sup>1</sup>Haga `help conv` para obtener más información sobre la función `conv`

<sup>2</sup>Haga `help dtft` para obtener más información sobre la función `dtft`

y determina la salida cuando la entrada es la señal

$$x(n) = x_0(n) + x_1(n) \quad (3)$$

donde

$$\begin{aligned} x_0(n) &= \cos\left(\frac{\pi}{12}n\right) \\ x_1(n) &= \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) \end{aligned}$$

Para ello el programa comienza generando  $x(n)$  en el rango  $0 \leq n \leq 100$ . Se dibujan en una primera ventana gráfica las dos componentes sinusoidales que constituyen la entrada. A continuación se dibujan en una segunda ventana gráfica la señal de entrada y su transformada de Fourier en 500 puntos entre  $-\pi$  y  $\pi$ . Posteriormente se genera la respuesta al impulso en el rango  $-50 \leq n \leq 50$ , se calcula la respuesta en frecuencia y se dibujan ambas en una tercera ventana gráfica. Puede observarse que se trata de un filtro paso bajo con un ancho de banda de  $0,1\pi$ . Finalmente, se calcula la salida mediante la convolución entre la entrada y la respuesta al impulso y se dibujan la salida y su transformada de Fourier en una última ventana gráfica. Puede observarse como, al tratarse de un filtro paso bajo, la componente de alta frecuencia ha sido eliminada y la salida coincide con la componente de baja frecuencia de la entrada.

1. Ejecute el programa `respfreq` del final del enunciado consultando aquellas instrucciones para las que desconozca su funcionamiento.
2. Modifique el programa para que funcione con la misma entrada de antes y la respuesta al impulso siguiente

$$h_{alto}(n) = \delta(n) - \frac{\text{sen}(0,1\pi n)}{\pi n} \quad (4)$$

Conserve los rangos  $0 \leq n \leq 100$  para  $x(n)$  y  $-50 \leq n \leq 50$  para  $h(n)$ . Observe que este caso es un filtro paso alto que elimina la componente de baja frecuencia y deja pasar la de alta frecuencia.

3. Genere y dibuje la siguiente señal de entrada, considerando los mismos rangos que antes para la generación de las señales,

$$x(n) = x_0(n) + x_1(n) + x_2(n) + x_3(n) \quad (5)$$

donde

$$\begin{aligned} x_0(n) &= \cos(\pi n) \\ x_1(n) &= \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) \\ x_2(n) &= \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) \\ x_3(n) &= \cos\left(\frac{\pi}{8}n\right) \end{aligned}$$

Modifique el programa para que funcione con esta entrada y las siguientes respuestas al impulso:

a) Filtro paso bajo

$$h_{bajo}(n) = \frac{\text{sen}(\frac{3\pi}{16}n)}{\pi n}$$

Observe como la salida coincide con  $x_3(n)$ .

Haga lo mismo con filtros de este tipo usando estos anchos de banda:  $\frac{3\pi}{8}$ ,  $\frac{3\pi}{4}$  y  $\pi$ .

Observe con quien se corresponden las salidas de estos filtros.

b) Filtro paso banda

$$h_{banda}(n) = \frac{2\text{sen}(\frac{\pi}{16}n)}{\pi n} \cos(\frac{\pi}{4}n)$$

Observe como la salida coincide con  $x_2(n)$ .

Calcule el filtro paso banda para quedarse con la señal  $x_1(n)$  y observe su salida.

c) Filtro paso alto

$$h_{alto}(n) = \delta(n) - \frac{\text{sen}(\frac{3\pi}{4}n)}{\pi n}$$

Observe como la salida coincide con  $x_0(n)$ .

d) Filtro banda eliminada

$$h_{elim}(n) = \delta(n) - 2\frac{\text{sen}(\frac{\pi}{8}n)}{\pi n} \cos(\frac{\pi}{2}n)$$

Observe como la salida coincide con  $x_0(n) + x_2(n) + x_3(n)$ .