CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Contenidos:
  - Aspectos generales del razonamiento
  - Interpretación diferencial
  - Elementos del razonamiento categórico
  - Procedimiento sistemático de razonamiento categórico
  - La corrección bayesiana
  - Necesidad de independencia en el esquema bayesiano
  - Otros problemas del esquema bayesiano

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Textos básicos…
  - Duda, Hart, Nilsson, Subjective bayesian methods for rule-based inference systems, Proc. Nat. Comput. Conf., 1976
  - Grosof, Non-monotonicity in probabilistic reasoning, Uncertainty in Artificial Intelligence, vol. 2, 1988
  - Ledley & Lusted, Reasoning foundations in medical diagnosis, Science, vol. 130, 1959

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Punto de partida
  - Formalizar mecanismos y procesos inferenciales
  - Establecer y diseñar modelos de razonamiento
- Condicionantes
  - Características del dominio
  - Características del problema
- Dominios categóricos: (D1)
- Dominios estadísticos: (D2)
- Dominios cuasiestadísticos: (D3)
- Dominios difusos: (D4)
- Dominios reales: $\lambda 1(D1) + \lambda 2(D2) + \lambda 3(D3) + \lambda 4(D4)$

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Interpretación diferencial
  - En dominios de naturaleza puramente simbólica ¿cómo podemos definir un procedimiento encadenado y lógico para discriminar entre posibles soluciones candidatas, obtenidas a partir de datos y de verdades demostradas?

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Proceso:
  - Recopilación de información
  - Análisis de la importancia relativa de las manifestaciones
  - Análisis de posibles causas (establecimiento tentativo de relaciones causa-efecto)
  - Exclusión una a una de posibles interpretaciones
  - Fin del proceso…
    - No hay solución
    - Hay sólo una solución
    - Hay varias soluciones posibles

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Elementos del razonamiento categórico
  - Descripción del dominio de discurso
    - Manifestaciones posibles
    - Interpretaciones posibles
    - Relaciones causa-efecto
  - Ejemplo
    - Dominio: Predicciones meteorológicas
    - Manifestaciones: Color del crepúsculo,…
    - Interpretaciones o hipótesis: Posibilidad de lluvia,…
    - Relaciones causales: Si el crepúsculo… Y… Entonces

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Formalmente…
  - X = {manifestaciones} = {x1, x2,…, xn}
  - Y = {interpretaciones} = {y1, y2,…, ym}
  - En un caso concreto:
    - f = función booleana de X = f (x1,…, xn) tal que
      - f (xi) = 0 ⇔ xi no es una manifestación de mi problema
      - f (xi) = 1 ⇔ xi es una manifestación de mi problema
    - g = función booleana de Y = g (y1,…, ym) tal que
      - g (yj) = 0 ⇔ yj no es una interpretación de mi problema
      - g (yj) = 1 ⇔ yj es una interpretación de mi problema

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Las relaciones causales entre manifestaciones e interpretaciones se formalizan a través de la función de conocimiento E
  - E = E (X , Y)
- Problema lógico
  - Dadas unas manifestaciones caracterizadas por una función – f -, encontrar la función – g – que satisface
    - $E : (f \rightarrow g)$
    - $E : (\neg g \rightarrow \neg f)$
    - E = E (x1,…, xn, y1,…, ym)

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Ejemplo…
  - Sea un dominio D caracterizado por
    - Manifestaciones M = { m(1) , m(2) }
    - Interpretaciones I = { i(1) , i(2) }
  - En el que el conocimiento incluye las siguientes relaciones causales
    - Para que i(2) sea cierta, m(1) debe estar presente
    - Para que i(1) sea cierta, e i(2) sea falsa, m(2) debe estar presente
    - Para que i(2) sea cierta, e i(1) sea falsa, m(2) no debe estar presente
    - Si alguna manifestación está presente es porque se puede establecer alguna interpretación

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Formalización del ejemplo
  - R1: $i(2) \rightarrow m(1)$
  - R2: $i(1)\ x \neg\ i(2) \rightarrow m(2)$
  - R3: $\neg\ i(1)\ x\ i(2) \rightarrow \neg\ m(2)$
  - R4: $m(1) + m(2) \rightarrow i(1) + i(2)$
  - E = { R1, R2, R3, R4 }
- En el dominio D aparece una situación en la que m(2) está presente, y m(1) está ausente… ¿Cuál es la interpretación lógica?

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- $f\,[m(1)\,,\,m(2)] = \neg\, m(1) \times m(2)$
- E: $(\, f \rightarrow g\,)$
- R1: $i(2) \rightarrow m(1) \equiv \neg\, i(2) \vee m(1)$
- R2: $i(1) \times \neg\, i(2) \rightarrow m(2) \equiv \neg\, i(1) \vee i(2) \vee m(2)$
- R3: $\neg\, i(1) \times i(2) \rightarrow \neg\, m(2) \equiv i(1) \vee \neg\, i(2) \vee \neg\, m(2)$
- R4: $m(1) + m(2) \rightarrow i(1) + i(2) \equiv [\neg\, m(1) \wedge \neg\, m(2)] \vee i(1) \vee i(2)$

- Sabemos que todas las declaraciones son ciertas
- Sabemos que $f = \neg\, m(1) \times m(2)$ también es cierta
- Para que R1 sea cierta, $[\neg\, i(2)]$ ha de ser cierta
- Para que R4 sea cierta, $[i(1)]$ ha de ser cierta
- Luego: $g = i(1) \times \neg\, i(2)$

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Si el dominio implicara tan sólo…
  - 30 manifestaciones
  - 600 interpretaciones
  - 125 relaciones causales…
  - … un tratamiento lógico convencional sería poco eficiente

↓

Necesitamos otra solución

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Procedimiento sistemático para el modelo categórico
  1. Identificación de M
  2. Identificación de I
  3. Construcción de E
  4. Construcción del conjunto completo de complejos de manifestaciones
  5. Construcción del conjunto completo de complejos de interpretaciones
  6. Construcción del conjunto completo de complejos manifestación-interpretación

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- $M = \{ m(1), m(2),\ldots, m(n) \}$
- $I = \{ i(1), i(2),\ldots, i(t) \}$
- Número de complejos de manifestaciones = 2^n
- Número de complejos de interpretaciones = 2^t
- Número de complejos manifestación–interpretación = 2^{n+t}
- Carácter exhaustivo
- Elementos mutuamente excluyentes
- El conjunto de complejos manifestación – interpretación representa el total de situaciones idealmente posibles en el dominio… Pero no todas son posibles si tenemos en cuenta el conocimiento del sistema

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Recordemos que…
  - R1: $i(2) \rightarrow m(1)$
  - R2: $i(1) \times \neg i(2) \rightarrow m(2)$
  - R3: $\neg i(1) \times i(2) \rightarrow \neg m(2)$
  - R4: $m(1) + m(2) \rightarrow i(1) + i(2)$

  - En donde $M = \{ m(1), m(2) \}$, $I = \{ i(1), i(2) \}$

  - Si representamos la situación en término de complejos (sensible al criterio), podemos construir **M** e **I**, que contienen todas las combinaciones posibles de manifestaciones y de interpretaciones, respectivamente

CATEGÓRICO - BAYESIANO

m(1)	0	0	1	1
m(2)	0	1	0	1
	m1	m2	m3	m4

i(1)	0	0	1	1
i(2)	0	1	0	1
	i1	i2	i3	i4

M = { m1, m2, m3, m4 } **I** = { i1, i2, i3, i4 }

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Construcción del conjunto completo de complejos manifestación-interpretación
  - Base Lógica Expandida
    - BLE = **M** x **I** = { m1i1 , m1i2 , m1i3 , m1i4 ,
      m2i1 , m2i2 , m2i3 , m2i4 ,
      m3i1 , m3i2 , m3i3 , m3i4 ,
      m4i1 , m4i2 , m4i3 , m4i4 }
  - La solución a cualquier problema está en BLE, pero hay muchas combinaciones absurdas
  - El papel del conocimiento – E – es eliminarlas y pasar a una base lógica reducida E : (BLE $\rightarrow$ BLR)

CATEGÓRICO - BAYESIANO

	m1	m2	m3	m4	m1	m2	m3	m4	m1	m2	m3	m4	m1	m2	m3	m4
m (1)	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
m (2)	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
i (1)	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
i (2)	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
	i1	i1	i1	i1	i2	i2	i2	i2	i3	i3	i3	i3	i4	i4	i4	i4

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- R1: $i(2) \rightarrow m(1)$
  - Elimina de BLE: m1i2, m1i4, m2i2, m2i4

	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4
m (1)	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
m (2)	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
i (1)	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
i (2)	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
	i1	i1	i1	i1	i2	i2	i2	i2	i3	i3	i3	i3	i4	i4	i4	i4

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- R2: $i(1) \times \neg i(2) \rightarrow m(2)$
  - Elimina de BLE: m1i3, m3i3

	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4
m (1)	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
m (2)	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
i (1)	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
i (2)	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
	i1	i1	i1	i1	i2	i2	i2	i2	i3	i3	i3	i3	i4	i4	i4	i4

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- R3: $\neg$ i(1) x i(2) $\rightarrow$ $\neg$ m(2)
- Elimina de BLE: m2i2, m4i2

	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4
m (1)	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
m (2)	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
i (1)	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
i (2)	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
	i1	i1	i1	i1	i2	i2	i2	i2	i3	i3	i3	i3	i4	i4	i4	i4

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- R4: m(1) + m(2) $\rightarrow$ i(1) + i(2)
- Elimina de BLE: m2i1, m3i1, m4i1

	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4
m (1)	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
m (2)	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
i (1)	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
i (2)	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
	i1	i1	i1	i1	i2	i2	i2	i2	i3	i3	i3	i3	i4	i4	i4	i4

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- BLR = {m1i1, m3i2, m2i3, m4i3, m3i4, m4i4}

- IF: (1) El conocimiento es completo
- And: (2) El dominio está bien descrito
- Then: (1) La solución a cualquier problema está en BLR

CATEGÓRICO - BAYESIANO

En términos de complejos:

Problema planteado inicialmente

$f = \neg\, m\,(1) \times m\,(2) = m2$

¿Qué complejos de BLR contienen a m2?

m2i3

$\downarrow$

$g = i3 = i\,(1) \times \neg\, i\,(2)$

La interpretación i (1) es correcta, y además sabemos que i (2) es falsa

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Sea ahora la nueva regla:
- R5: $\neg$ i (1) x $\neg$ i (2) $\rightarrow$ m (1) + m (2)
- Elimina de BLE: m1i1

	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4	m 1	m 2	m 3	m 4
m (1)	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
m (2)	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
i (1)	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
i (2)	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
	i1	i1	i1	i1	i2	i2	i2	i2	i3	i3	i3	i3	i4	i4	i4	i4

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Se abre debate…

  - ¿Qué ocurriría si aparece un problema caracterizado por

    $f' = \neg\, m(1) \times \neg\, m(2)$?

  - ¿Puede existir este problema?

  - En términos generales…
    - Las manifestaciones no son realmente esas
    - El conocimiento no es correcto
    - El dominio no está bien construido

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Eliminando ahora R5 y volviendo a la BLR inicial
- ¿Qué ocurriría si f” = m (1) x ¬ m (2) = m3?

	m1	m2	m3	m4	m1	m2	m3	m4	m1	m2	m3	m4	m1	m2	m3	m4
m (1)	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
m (2)	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
i (1)	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
i (2)	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
	i1	i1	i1	i1	i2	i2	i2	i2	i3	i3	i3	i3	i4	i4	i4	i4

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- En este caso…
  - Los complejos de BLR son m3i2 y m3i4
  - g = i2 + i4 = [$\neg$ i (1) x i (2)] + [i (1) x i (2)]
  - i (2) es cierta
  - De i (1) no sabemos nada
  - La incertidumbre aparece de forma espontánea en el modelo categórico… ¿por qué?

  - 7 manifestaciones y 24 interpretaciones obligan a discriminar entre 2,147,483,600 complejos manifestación-interpretación

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Las interpretaciones categóricas son poco frecuentes en el mundo real
  - La existencia de una determinada causa no siempre conlleva la presencia de una manifestación
  - Ante una manifestación dada ¿podemos afirmar siempre y de forma categórica que existe una determinada causa?
- Probabilidad total y probabilidad condicional
  - Dado un universo y una lista de atributos ¿cuál es la probabilidad de que un determinado elemento de este universo presente tales atributos?

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Sea un universo N

- Sea un conjunto de atributos f (x, y,…, t)

- N (f) = nº de elementos del universo que presenta los atributos f

$$P(f) = \frac{N(f)}{N}$$

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Con nuestro lenguaje categórico…
  - Sean las interpretaciones i1,…,in que definen al complejo de interpretaciones Dj
  - Sea N (Dj) el número de elementos del universo cuyo “problema” es Dj
  - Sea N el número de elementos del universo
  - La probabilidad del complejo de interpretaciones Dj es…

$$P(Dj) = \frac{N(Dj)}{N}$$

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- La probabilidad condicional se parece a la total, pero puede ser definida como la probabilidad de las causas

- En la probabilidad condicional aparecen involucrados dos sucesos, en donde la ocurrencia del segundo depende de la ocurrencia del primero

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Consideremos dos acciones posibles y dos resultados asociados a cada una de las acciones…
  - Acciones: A , B
  - Resultados: E , F
  - Se sabe que el resultado depende de la acción
  - Elegimos la acción por el método de la moneda: P (A) = 0.5 P (B) = 0.5

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- La acción A genera resultados E el 20% de las veces
- La acción B genera resultados E el 60% de las veces
- Ante un nuevo caso siempre podemos estimar la probabilidad a priori de un resultado E

  - Acción A P (A) = 0.5 P (E/A) = 0.2
  - Acción B P (B) = 0.5 P (E/B) = 0.6

  - P (E) = P (E/A) P (A) + P (E/B) P (B) = 0.4

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Bayes introduce una forma de razonamiento a posteriori…
  - Dadas dos posibles acciones A y B, y ante un caso tratado con una de tales acciones ¿Cuál es la probabilidad de que la acción haya sido A, si la respuesta del sistema ha sido E?

$$P(A/E) = \frac{P(E/A)P(A)}{P(E)}$$

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Obtención de la ecuación elemental del teorema de Bayes

  - Sea una población sobre parte de cuyos elementos ha sido efectuada una acción A de un número de posibles acciones

  - Todos los elementos de la población fueron tratados, con A o con cualquier otra acción, registrándose un cierto número de respuestas E

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- N = población
- Acciones posibles: A , $\neg$ A
- Resultados posibles: E , $\neg$ E
- n (A)
- n ($\neg$ A)
- n (E)
- n ($\neg$ E)
- n (A $\cap$ E) = n (E $\cap$ A)

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Por definición de probabilidad condicional:

$$P(E/A) = \frac{n(A \cap E)}{n(A)} = \frac{n(A \cap E)/N}{n(A)/N} = \frac{P(A \cap E)}{P(A)} \rightarrow P(A \cap E) = P(A)P(E/A)$$

- Análogamente…

$$P(A/E) = \frac{n(A \cap E)}{n(E)} = \frac{n(A \cap E)/N}{n(E)/N} = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} \rightarrow P(A \cap E) = P(E)P(A/E)$$

$$P(A)P(E/A) = P(E)P(A/E)$$

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Obtención de una ecuación generalizada del teorema de Bayes
  - Sea una característica cualquiera X
  - Sea A el número de casos de una población estadística en los que X está presente
  - Sea $\neg$ A el número de casos de la misma población estadística en los que X está ausente
  - Sea P una prueba potencialmente resolutiva para investigar la característica X
  - Sea E el número de casos en los que la prueba da resultados positivos
  - Sea $\neg$ E el número de casos en los que la prueba da resultados negativos

CATEGÓRICO - BAYESIANO

	A	**¬A**	**TOTAL**
E	a	b	a + b
¬E	c	d	c + d
TOTAL	a + c	b + d	N

- a = positivos reales
- b = falsos positivos
- c = falsos negativos
- d = negativos reales

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Relaciones…
  - $P(E / A) = a / (a + c)$ sensibilidad
  - $P(\neg E / A) = c / (a + c)$
  - $P(A / E) = a / (a + b)$
  - $P(\neg A / E) = b / (a + b)$
  - $P(E / \neg A) = b / (b + d)$
  - $P(\neg E / \neg A) = d / (b + d)$ especificidad
  - $P(A / \neg E) = c / (c + d)$
  - $P(\neg A / \neg E) = d / (c + d)$
- Prevalencias
  - $P(E) = (a + b) / N$ $P(A) = (a + c) / N$
  - $P(\neg E) = (c + d) / N$ $P(\neg A) = (b + d) / N$

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Tras conocer las probabilidades a priori ¿cómo se plantea la probabilidad condicional a posteriori de la característica X dado un resultado positivo de la prueba?

$$Bayes \rightarrow P(A/E) = \frac{P(E/A)P(A)}{P(E)} : P(E) = \frac{(a+b)}{N}$$

$$a = (a+c)P(E/A) : b = (b+d)P(E/\neg A)$$

$$(a+c) = N \times P(A) : (b+d) = N \times P(\neg A)$$

$$a = N \times P(A) \times P(E/A) : b = N \times P(\neg A) \times P(E/\neg A)$$

$$P(E) = P(A)P(E/A) + P(\neg A)P(E/\neg A)$$

$$P(A/E) = \frac{P(E/A)P(A)}{P(E/A)P(A) + P(E/\neg A)P(\neg A)}$$

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- La ecuación $$P(A/E) = \frac{P(E/A)P(A)}{P(E/A)P(A) + P(E/\neg A)P(\neg A)}$$

…es directamente generalizable. Así, si consideramos todos los Ai posibles obtenemos que:

$$P(A0/E) = \frac{P(E/A0)P(A0)}{\sum_i P(E/Ai)P(Ai)}$$

Que es una expresión general del teorema de Bayes

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Volviendo al ejemplo categórico anterior…
  - BLR = {m1i1, m3i2, m2i3, m4i3, m3i4, m4i4}
  - Dado f = m(1) $\wedge$ $\neg$ m(2) = m3 …
  - ¿Cuál es g? : g = i2 $\vee$ i4 = [$\neg$ i(1) $\wedge$ i(2)] $\vee$ [i(1) $\wedge$ i(2)]
- Según el planteamiento bayesiano, el problema se reduce ahora a evaluar…
  - P (i2 / m3)
  - P (i4 / m3)

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- De acuerdo con la expresión general del teorema de Bayes:

$$P(i2/m3) = \frac{P(m3/i2)P(i2)}{P(m3/i1)P(i1) + P(m3/i2)P(i2) + P(m3/i3)P(i3) + P(m3/i4)P(i4)}$$

$$P(i4/m3) = \frac{P(m3/i4)P(i4)}{P(m3/i1)P(i1) + P(m3/i2)P(i2) + P(m3/i3)P(i3) + P(m3/i4)P(i4)}$$

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Así, un tratamiento exhaustivo del problema obliga a conocer:

– P(i1)	P(i2)	P(i3)	P(i4)
– P(m1/i1)	P(m1/i2)	P(m1/i3)	P(m1/i4)
– P(m2/i1)	P(m2/i2)	P(m2/i3)	P(m2/i4)
– P(m3/i1)	P(m3/i2)	P(m3/i3)	P(m3/i4)
– P(m4/i1)	P(m4/i2)	P(m4/i3)	P(m4/i4)

- … y llegados a este punto toca abrir debate!!!

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- Necesidad de independencia en el modelo Bayesiano
  - Dados los datos de la tabla, evaluar P(A1/m1)
    - Utilizando el teorema de Bayes
    - Utilizando directamente los datos de la tabla

	Sólo A1	**A1 y A2**	**Sólo A2**	**A3**	**Total**
Sólo m1	B1	C1	D1	E1	N1
m1 y m2	B2	C2	D2	E2	N2
Sólo m2	B3	C3	D3	E3	N3
m3	B4	C4	D4	E4	N4
Total	B	C	D	E	N

CATEGÓRICO - BAYESIANO

- P(A1) = (B+C)/N   P(A2) = (C+D)/N   P(A3) = E/N
- P(m1/A1) = (B1+B2+C1+C2)/(B+C)
- P(m1/A2) = (C1+C2+D1+D2)/(C+D)
- P(m1/A3) = (E1+E2)/E
- Utilizando el teorema de Bayes…
  - P(A1/m1) = P(m1/A1) P(A1)/ [P(m1/A1)P(A1)+P(m1/A2)P(A2)+P(m1/A3)P(A3)j]
  - P(m1/A1)P(A1) = (B1+B2+C1+C2)/N
  - P(m1/A2)P(A2) = (C1+C2+D1+D2)/N
  - P(m1/A3)P(A3) = (E1+E2)/N
  - P(A1/m1) = (B1+B2+C1+C2)/(N1+N2+C1+C2)
- Directamente de la tabla…
  - P(A1/m1) = (B1+B2+C1+C2)/(N1+N2)

CATEGÓRICO - BAYESIANO

Otros problemas del esquema Bayesiano (1)

- Aparición secuencial de la información
  - Sea E1 el conjunto de toda la información disponible en un momento dado
  - Sea S1 un nuevo elemento de información
  - Llamaremos E al nuevo conjunto formado por E1 y S1
  - La nueva expresión del teorema de Bayes es…

$$P(Ii/E) = \frac{P(S1/Ii \wedge E1)P(Ii/E1)}{\sum_j P(S1/Ij \wedge E1)P(Ij/E1)}$$

CATEGÓRICO - BAYESIANO

Otros problemas del esquema Bayesiano (2)

– Aplicación poco cuidadosa del modelo

- Relación entre visión borrosa y glaucoma
- P(visión borrosa) = 231/15315
- P(glaucoma) = 320/15315
- P(visión borrosa/glaucoma) = 150/320
- Bayes $\rightarrow$ P(glaucoma/visión borrosa) = 0.67
- ¿Le limpiamos las gafas al paciente?

CATEGÓRICO - BAYESIANO

Otros problemas del esquema Bayesiano (3)

– Consistencia matemática del modelo

- Si P(Hipótesis/Evidencia) = x / $0 \leq x \leq 1$
- Entonces P($\neg$ Hipótesis/Evidencia) = $1 - x$

- La misma evidencia apoya positivamente a una hipótesis y a la negación de esa misma hipótesis

¿?