MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Factores de Certidumbre
  - Aspectos básicos del modelo
  - Combinación de evidencias
  - Propagación de incertidumbre
- Teoría Evidencial
  - Fundamentos teóricos
  - Combinación de evidencias
  - Credibilidad, Plausibilidad, Intervalo de Confianza
  - Casos particulares

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Bibliografía

  – Heckerman, Probabilistic interpretation for MYCIN´s certainty factors, Uncertainty in Artificial Intelligence, 1986
  – Shortliffe & Buchanan, A model of inexact reasoning in medicine, Mathematical Biosciences, vol.23, 1975
  – Shafer, A mathematical theory of evidence, Princeton University press, eds., 1976

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Evitar inconvenientes de modelos anteriores $\rightarrow$ Utilizar conocimiento heurístico

- Probabilidad condicional subjetiva
  - Medida numérica que relaciona dos sucesos, de forma que la ocurrencia de uno está condicionada por la ocurrencia del otro, pero en donde la relación no está avalada por amplios estudios estadísticos

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- P (Ii / Sk) = x podría traducirse como…
- “Si la manifestación Sk está presente, entonces –según mi experiencia- hay -digamos- una probabilidad –subjetiva- x, de que la interpretación sea Ii
- La consistencia matemática del concepto de probabilidad exige que $\sum$i P (Ii / Sk) = 1
- Cuando lo anterior no ocurre $\rightarrow$ normalizar $\rightarrow$ P (Ii / Sk) = x / $\sum$i P (Ii / Sk)
- No obstante la aparición de conceptos difíciles de definir como imprecisión, incertidumbre, falta de confianza, credibilidad, etc., exigen la puesta a punto de nuevos mecanismos para tratar el razonamiento

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Introduciendo conceptos…
  - P (Ii / Sk) = x puede interpretarse en términos de implicación $Sk \xrightarrow{x} Ii$
  - "x" define la potencia evidencial de la implicación
  - Si x $\in$ [0 , 1) la implicación viene afectada de incertidumbre
  - La intensidad de la relación causal Ii / Sk se establece a través de la potencia evidencial x

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- El modelo de factores de certidumbre de Shortliffe y Buchanan
  - 1975. Naturaleza ad hoc. Sistema Mycin.
  - Dada una hipótesis, la potencia evidencial de una declaración se debe representar a través de dos medidas diferentes:
    - Medida de confianza creciente MB (h , e)
    - Medida de desconfianza creciente MD (h , e)
  - MB y MD son índices dinámicos que representan incrementos asociados a evidencias nuevas

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Características fundamentales…
  - Si h es una hipótesis, y e es una evidencia, la misma evidencia e no puede, simultáneamente, incrementar la confianza en h y disminuir la confianza en h
  - MB (h , e) es el incremento de confianza en h dada la evidencia e
  - MD (h , e) es el incremento de la desconfianza en h dada la evidencia e

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Formalismo…
  - Sea p(h) la confianza previa en h antes de e
  - Sea p(h/e) la confianza en h tras aparecer e
  - Sea 1 – p(h) la desconfianza en h antes de e
- Caso 1
  - Si p(h/e) > p(h) $\rightarrow$ la nueva evidencia produce un aumento de confianza en la hipótesis considerada

$$MB(h,e) > 0$$

$$MD(h,e) = 0$$

$$MB(h,e) = \frac{p(h/e) - p(h)}{1 - p(h)}$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Caso 2
  - Si p(h/e) < p(h) $\rightarrow$ la nueva evidencia produce una disminución de la confianza inicialmente depositada en la hipótesis considerada

$$MB(h,e) = 0$$

$$MD(h,e) > 0$$

$$MD(h,e) = \frac{p(h) - p(h/e)}{p(h)}$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Caso 3
  - Si p(h/e) = p(h) $\rightarrow$ la nueva evidencia es independiente de la hipótesis considerada, ya que ni aumenta la confianza ni aumenta la desconfianza

$$MB(h,e) = 0$$

$$MD(h,e) = 0$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Valores límite:
  - p(h) es una probabilidad a priori en sentido clásico

$$MB(h,e)=1 \Leftrightarrow p(h)=1$$

$$MB(h,e)=\frac{\max[p(h/e),p(h)]-p(h)}{\max[0,1]-p(h)} \Leftrightarrow p(h)\neq 1$$

$$MD(h,e)=1 \Leftrightarrow p(h)=0$$

$$MD(h,e)=\frac{\min[p(h/e),p(h)]-p(h)}{\min[0,1]-p(h)} \Leftrightarrow p(h)\neq 0$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Factor de certidumbre CF(h,e)
  - Combina las dos medidas anteriores según la expresión
    - $CF(h,e) = MB(h,e) – MD(h,e)$
  - Es de carácter formal, ya que una misma evidencia nunca puede incrementar, simultáneamente, la confianza y la desconfianza en la misma hipótesis
  - Sirve como un medio para facilitar la comparación entre potencias evidenciales de hipótesis alternativas (h1,…,hn) en relación con una misma evidencia e
- Rangos
  - $0 \leq MB(h,e) \leq 1$; $0 \leq MD(h,e) \leq 1$; $-1 \leq CF(h,e) \leq 1$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Comportamiento en casos extremos e hipótesis mutuamente excluyentes (1)
  - Si “h” es cierta $\rightarrow$ p(h/e) = 1

$$MB(h,e) = \frac{1 - p(h)}{1 - p(h)} = 1$$

$$MD(h,e) = 0$$

$$CF(h,e) = 1$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Comportamiento en casos extremos e hipótesis mutuamente excluyentes (2)
  - Si la negación de “h” es cierta $\rightarrow$ p($\neg$h/e) = 1

$$MD(h,e) = \frac{p(h)-0}{p(h)} = 1$$

$$MB(h,e) = 0$$

$$CF(h,e) = -1$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Comportamiento en casos extremos e hipótesis mutuamente excluyentes (3)
  - Los casos anteriores conducen a que…
    - $MB(\neg h,e) = 1 \leftrightarrow MD(h,e) = 1$
  - Si h1 y h2 son hipótesis mutuamente excluyentes, y sabemos que $MB(h1,e) = 1$, entonces podemos afirmar rotundamente que $MD(h2,e) = 1$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Evidencias independientes de la hipótesis
  - Sea h la hipótesis considerada, y sea e una evidencia. Si la evidencia es independiente de la hipótesis, entonces…

$$p(h/e) = p(h)$$

$$MB(h,e) = 0$$

$$MD(h,e) = 0$$

$$CF(h,e) = 0$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Diferencias con las probabilidades condicionales
  - Los CFs de las hipótesis h y $\neg$h no son complementarios a la unidad, son opuestos entre sí
  - Si el apoyo que una evidencia presta a una hipótesis es bajo, no debería ser alto al apoyo a la negación de la hipótesis. Sobre todo en caso de información incompleta

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Demostración de casos extremos…

$$p(h/e) > p(h)$$

$$CF(h,e) = MB(h,e) > 0$$

$$CF(\neg h,e) = -MD(h,e) < 0$$

$$MB(h,e) = \frac{p(h/e) - p(h)}{1 - p(h)} = \frac{1 - p(\neg h/e) - 1 + p(\neg h)}{p(\neg h)} =$$

$$= \frac{p(\neg h) - p(\neg h/e)}{p(\neg h)} = MD(\neg h,e) \rightarrow CF(h,e) = -CF(\neg h,e)$$

– El mismo resultado se obtiene si p(h) > p(h/e)

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- ¿Cómo manejan usuarios y expertos los CFs?
  - $0 < CF(h,e) \leq 1 \rightarrow$ La evidencia apoya a la hipótesis
  - $-1 \leq CF(h,e) < 0 \rightarrow$ La evidencia va en contra de la hipótesis
  - $CF(h,e) = 0$
    - La evidencia es independiente de la hipótesis
    - No se tiene información sobre la relación causal h/e

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Combinación de evidencias S-B
  - Situación: Hay más de una evidencia relativa a la misma hipótesis
    - IF: e1 Then: h With: CF(h,e1)
    - IF: e2 Then: h With: CF(h,e2)
    - …
    - IF: en Then: h With: CF(h,en)
  - Problema:
    - Evaluar CF(h,E)
    - E = {e1, e2,…,en}

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Primera aproximación (1)
  - Caso A: e1 y e2 contribuyen positivamente a la veracidad de la hipótesis

$$CF(h, e1) > 0$$

$$CF(h, e2) > 0$$

$$CF(h, e1 \wedge e2) = CF(h, e1) + CF(h, e2) - CF(h, e1) \times CF(h, e2)$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Primera aproximación (2)
  - Caso B: e1 y e2 contribuyen negativamente a la veracidad de la hipótesis

$$CF(h,e1)<0$$

$$CF(h,e2)<0$$

$$CF(h,e1\wedge e2)=CF(h,e1)+CF(h,e2)+CF(h,e1)\times CF(h,e2)$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Primera aproximación (3)
  - Caso C: e1 y e2 contribuyen una negativamente y la otra positivamente a la veracidad de la hipótesis

$$CF(h, e1) \times CF(h, e2) < 0$$

$$CF(h, e1 \wedge e2) = CF(h, e1) + CF(h, e2)$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Ventajas de la primera aproximación
  – Nos previene de la hipotética situación de que ambas evidencias pudieran no ser completamente independientes
  – Las expresiones son generalizables directamente. En el caso de evidencias todas positivas obtenemos…

$$CF(h,E) = \sum_{i}^{n} CFi - \sum_{\substack{i \\ i<j}}^{n} CFi \times CFj + \sum_{\substack{i \\ i<j<k}}^{n} CFi \times CFj \times CFk - ...$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Inconvenientes de la primera aproximación
  - Falta de asociatividad de la formulación
  - Sensibilidad de la formulación ante la aparición de evidencias contradictorias en estados avanzados del proceso de razonamiento

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Ejemplo
  - 8 reglas apoyan a una misma hipótesis con $CFi \in [0.4 , 0.8]$
  - $CF_{12345678} = 0.99$
  - Aparición tardía de una evidencia moderadamente contradictoria $CF_9 = - 0.6$
  - $CF_{123456789} = 0.39$
  - $CF_{192345678} = 0.99$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Segunda aproximación

$$(a)\_CF(h,e1)>0:CF(h,e2)>0$$

$$CF(h,e1\wedge e2)=CF(h,e1)+CF(h,e2)-CF(h,e1)\times CF(h,e2)$$

$$(b)\_CF(h,e1)<0:CF(h,e2)<0$$

$$CF(h,e1\wedge e2)=CF(h,e1)+CF(h,e2)+CF(h,e1)\times CF(h,e2)$$

$$(c)\_CF(h,e1)\times CF(h,e2)<0$$

$$CF(h,e1\wedge e2)=\frac{CF(h,e1)+CF(h,e2)}{1-\min\{|CF(h,e1)|,|CF(h,e2)|\}}$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Ventajas de la segunda aproximación
  - Las evidencias se pueden considerar en cualquier orden sin que el resultado final se vea afectado
  - Permite modelar los procesos de razonamiento sin tener que almacenar explícitamente los MBs y los MDs

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Inconvenientes de la segunda aproximación
  – Si e1 implica lógicamente a e2, entonces CF(h,e1 y e2) debería ser igual a CF(h,e1)
  – De la aplicación de este modelo no se deduce el resultado anterior
  – Problema no resuelto de la combinación de evidencias S-B
  – Posibles soluciones
    - Estructurar muy bien las bases de conocimientos
    - Agrupar en una sola regla cláusulas con evidencias condicionalmente dependientes

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Dos tipos de conocimiento inexacto
  - Imprecisión
    - Afecta a entidades, hechos y datos del dominio
  - Incertidumbre
    - Ligada a los procesos de Razonamiento
  - La imprecisión aparece porque…
    - La propia evidencia es imprecisa
    - La evidencia considerada es consecuencia de otra regla, y forma parte de un proceso de razonamiento que supone varias inferencias
  - Imprecisión e Incertidumbre pueden darse aislada o conjuntamente

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Ejemplo:
  - Reglas
    - Cuando llueve mucho casi siempre me quedo en casa
    - Cuando me quedo en casa suelo leer
  - Representación del conocimiento
    - E1 = llover mucho
    - H1 = quedarse en casa
    - CF(H1,E1) = 0.95 (arbitrario: indica incertidumbre en la $\rightarrow$)
    - E2 = quedarse en casa
    - H2 = leer
    - CF(H2,E2) = 0.75 (arbitrario: indica incertidumbre en la $\rightarrow$)

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Imprecisión:
  - En vez de “llover mucho” $\rightarrow$ “llueve bastante”
  - Llueve bastante = 0.75 Llueve mucho (arbitrario)
  - CF(Llueve_mucho , Llueve_bastante) = 0.75

$$e1 \xrightarrow{0.75} E1 \xrightarrow{0.95} H1 = E2 \xrightarrow{0.75} H2$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Propagación de incertidumbre
  - Si E´ Entonces E con CF(E,E´) = x
  - Si E Entonces H con CF(H,E) = y

$$E' \xrightarrow{x} E \xrightarrow{y} H$$

  - Donde CF(H,E´) = CF(H,E) max {0 , CF(E , E´)}
  - Proceso de arrastre de la inexactitud y propagación

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Inconveniente…
  - Si CF (E , E´) < 0 $\rightarrow$ CH (H , E´) = 0
- Alternativa de Heckerman
  - Dado que CF ($\neg$ E , E´) = - CF (E , E´)
  - Cambiando el circuito inferencial…

$$E' \rightarrow \neg E \rightarrow H$$

  - CF (H , E´) = CF (H , $\neg$ E) max {0 , CF ($\neg$ E , E´)}
  - Pero… ¿CF (H , $\neg$ E)?

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Combinación lógica de evidencias
  - Las cláusulas de los antecedentes de las reglas suelen estar relacionadas a través de los correspondientes operadores lógicos ($\wedge$, $\vee$, $\neg$)
  - Conociendo CF (H1 , E) : CF (H2 , E) y sabiendo que E es toda la evidencia del antecedente…¿Cómo obtener los valores correspondientes a las expresiones siguientes?:
    - CF (H1 $\wedge$ H2 , E)
    - CF (H1 $\vee$ H2 , E)

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Expresiones propuestas…
  – CF (H1 $\wedge$ H2 , E) = min {CF (H1 , E) , CF (H2 , E)}
  – CF (H1 $\vee$ H2 , E) = max {CF (H1 , E) , CF (H2 , E)}

- Ejemplo: $(E2 \vee E3) \wedge E1 \wedge E4 \xrightarrow{CFr} H$
  – Evaluación del antecedente y resultado final
    - CF (H , E) =

      = CFr x CF (antecedente , E) =

      = CFr x CF {E1 $\wedge$ (E2 $\vee$ E3) $\wedge$ E4 , E} =

      = CFr x min {CF(E1,E), max [CF(E2,E) , CF(E3,E)] ,CF(E4,E)}

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Cuadro resumen
  - Combinación de evidencias sobre la misma hipótesis
    - + , + : CF(H , E) = CF1 + CF2 – CF1 x CF2
    - - , - : CF(H , E) = CF1 + CF2 + CF1 x CF2
    - + , - : CF(H , E) = [CF1 + CF2] / [1-min{|CF1|,|CF2|}]
  - Propagación de incertidumbre
    - E´ $\rightarrow$ E $\rightarrow$ H con CF(H,E) y CF(E,E´)
    - CF(H,E´) = CF(H,E) x max {0,CF(E,E´)}
  - Combinación lógica de evidencias
    - CF(H1 y H2 , E) = min {CF(H1,E) , CF(H2,E)}
    - CF(H1 o H2 , E) = max {CF(H1,E) , CF(H2,E)}

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Ejemplo
  – Durante un proceso regresivo y exhaustivo centrado en la hipótesis H, se activaron las reglas, y se obtuvieron las evidencias, que aparecen a continuación. Evaluar el factor de certidumbre final de la hipótesis H dada toda la evidencia disponible.

    - R1: e1 y (e2 o e3) $\rightarrow$ H CF(H/R1) = 0.9
    - R2: e4 $\rightarrow$ H CF(H/R2) = 0.8
    - R3: e5 y e6 $\rightarrow$ e4 CF(e4/R3) = 0.6
    - R4: e7 $\rightarrow$ H CF(H/R4) = 0.8
    - R5: e8 $\rightarrow$ e7 CF(e7/R5) = - 0.6
    - R6: e9 $\rightarrow$ e7 CF(e7/R6) = 0.8

    - CF(e1) = 1.0 CF(e2) = 0.7 CF(e3) = 0.8 CF(e5) = -1.0
    - CF(e6) = 0.8 CF(e8) = 0.6 CF(e9) = 0.7

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Rama A

$$Ea = \varepsilon 1, \varepsilon 2, \varepsilon 3$$

$$Antecedente\_A = e1 \wedge (e2 \vee e3)$$

$$CF(H, Ea) = CF(H / R1) \times \max\{0, CF(Antecedente\_A, Ea)\}$$

$$CF(Antecedente\_A, Ea) = CF\{e1 \wedge (e2 \vee e3), Ea\} =$$

$$= \min\{CF(e1, \varepsilon 1), \max[CF(e2, \varepsilon 2), CF(e3, \varepsilon 3)]\} =$$

$$= \min\{1, \max(0.7, 0.8)\} = 0.8$$

$$CF(H, Ea) = 0.9 \times \max(0.0, 0.8) = 0.72$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Rama B

$$Eb = \varepsilon 5, \varepsilon 6$$

$$Antecedente\_B = e5 \wedge e6$$

$$CF(H, Eb) = CF(H / R2) \times \max\{0, CF(e4, Eb)\}$$

$$CF(e4, Eb) = CF(e4 / R3) \times \max\{0, CF(Antecedente\_B, Eb)\}$$

$$CF(Antecedente\_B, Eb) = CF\{e5 \wedge e6, Eb\} =$$

$$= \min\{CF(e5, \varepsilon 5), CF(e6, \varepsilon 6)\} = \min\{-1.0, 0.8)\} = -1.0$$

$$CF(e4, Eb) = CF(e4 / R3) \times \max(0.0, -1.0) = 0.0$$

$$CF(H, Eb) = CF(H / R2) \times \max(0.0, 0.0) = 0.0$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Rama C

$$Ec = \varepsilon 8, \varepsilon 9$$

$$Antecedente\_C = 2\_reglas$$

$$CF(H, Ec) = CF(H / R4) \times \max\{0, CF(e7, Ec)\}$$

$$CF(e7, Ec) = 2\_reglas \rightarrow Evidencias\_independientes\_sobre\_e7$$

$$Rama\_C1$$

$$CF(e7, \varepsilon 8) = CF(e7 / R5) \times \max\{0, CF(e8, \varepsilon 8)\} =$$

$$= -0.6 \times \max\{0.0, 0.6\} = -0.36$$

$$Rama\_C2$$

$$CF(e7, \varepsilon 9) = CF(e7 / R6) \times \max\{0, CF(e9, \varepsilon 9)\} =$$

$$= 0.8 \times \max\{0.0, 0.7\} = 0.56$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Rama C (continuación)

$$Luego: CF(e7, Ec) = \frac{0.56 - 0.36}{1 - \min\{|0.56|, |-0.36|\}} = \frac{0.20}{0.64}$$

$$CF(H, Ec) = CF(H / R4) \times \max\{0, CF(e7, Ec)\} = 0.8 \times \frac{0.20}{0.64} = 0.25$$

$$CF(H, Ea) = 0.72$$

$$CF(H, Eb) = 0.00$$

$$CF(H, Ec) = 0.25$$

$$CF(H, E) = 0.72 + 0.25 - 0.72 \times 0.25 = 0.79$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- La Teoría Evidencial de Dempster y Shafer
  - Tiene una fuerte base teórica
  - Permite modelar de forma sencilla la incertidumbre asociada e evidencias e hipótesis
  - Permite considerar conjuntos de hipótesis sin que la confianza depositada en cada uno de ellos tenga que ser distribuida de ningún modo entre las hipótesis individuales
  - Permite reflejar de forma elegante la falta de conocimiento
  - Contiene a la teoría de la probabilidad como un caso particular
  - Contiene a algunas de las funciones combinatorias de evidencias del modelo de Shortliffe y Buchanan

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Marco de discernimiento (θ)

  – Conjunto finito de todas las hipótesis que se pueden establecer en el dominio del problema
  – Es un conjunto exhaustivo de hipótesis mutuamente excluyentes
  – El efecto de una evidencia sobre el conjunto global de hipótesis no viene determinado por la contribución de la confianza depositada en las hipótesis individuales

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Elementos de la teoría

$$\theta = \{h1, h2, ..., hn\}$$

$$A \subseteq \theta$$

$$\Gamma\theta = conjunto\_de\_subconjuntos\_de\_\theta$$

$$m = función\_básica\_de\_asignación\_de\_verosimilitud$$

$$e = evidencia$$

$$e : A \subseteq \theta \rightarrow m(A) = s / 0 \leq s \leq 1$$

$$m(\theta) = 1 - m(A) = 1 - s$$

$$m(B) = 0, \forall \subset \theta, B \neq \theta, B \neq A$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- A es elemento focal si $m(A) \neq 0$

- Condiciones para m:

$$\sum_{A \subset \theta} m(A) = 1$$

$$m(\emptyset) = 0$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Planteamiento probabilístico
  - $p(A) = s \rightarrow p(\neg A) = 1\text{-}s$

- Planteamiento evidencial
  - Si: $\theta = \{h1, h2, h3, h4\}$
  - Y: $A = \{h1, h2\}$
  - Con: $e : A \rightarrow m(A) = m(\{h1, h2\}) = s$
  - Entonces: $m(\theta) = m(\{h1, h2, h3, h4\}) = 1\text{-}s$
  - Y: $s \in [0 , 1]$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Las evidencias…
  - No suelen aparecer solas
  - No tienen por qué referirse a los mismos elementos focales
    - θ = {h1, h2, h3, h4}
    - e1: A1 = (h1, h2) / m1(h1, h2) = x
      m1(h1, h2, h3, h4)= 1-x
    - e2: A2 = (h2, h3, h4) / m2(h2, h3, h4) = y
      m2(h1, h2, h3, h4) = 1-y
    - e3: A3 = (h1) / m3(h1) = z
      m3(h1, h2, h3, h4) = 1-z

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Combinación de evidencias…
  - Si e1: A1 / m1(A1) = x
  - Si e2: A2 / m2(A2) = y
  - Definimos m12(C) = m1(A1)$\otimes$m2(A2) =

    = m1(A1) x m2(A2)
  - …Donde C = A1 $\cap$ A2
  - Generalizando la expresión:

$$m12(C) = \sum_{C = Ai \cap Bj} m1(Ai) \times m2(Bj)$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- La formulación coincide con la asignación de probabilidad a la intersección de dos sucesos independientes
- La teoría evidencial asume implícitamente independencia entre evidencias
- Se cumple la primera condición exigida a la función de asignación básica de verosimilitud

$$\sum_{C=Ai\cap Bj} m12(C) = 1$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Si la intersección de elementos focales es nula se introduce una peculiaridad en el modelo
  - e1: A1 / m1(A1) = x $0 < x \leq 1$
  - e2: A2 / m2(A2) = y $0 < y \leq 1$
  - $C = A1 \cap A2 = \emptyset$
  - M12 (C) = m12 ($\emptyset$) = m1(A1) x m2(A2) = xy $\neq 0$
  - Se viola la segunda condición impuesta a la función de asignación básica de verosimilitud: m12 ($\emptyset$) = 0

$\downarrow$

Normalizar el resultado

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

$$Grado\_de\_conflicto$$

$$K = \sum_{Ai \cap Bj = \varnothing} m1(Ai) \times m2(Bj)$$

$$Factor\_de\_normalización$$

$$FN = \frac{1}{1 - K}$$

$$m12(C)_{normalizada} = \frac{\sum_{C = Ai \cap Bj} m1(Ai) \times m2(Bj)}{1 - K}$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Ejemplo
  - θ = {h1, h2, h3, h4}

  - e1: A1 = {h1, h2} , m1(A1) = 0.6 , m1(θ1) = 0.4
  - e2: A2 = {h2, h3, h4} , m2(A2) = 0.7 , m2(θ2) = 0.3
  - e3: A3 = {h1} , m3(A3) = 0.8 , m3(θ3) = 0.2

  - θ = θ1 = θ2 = θ3 = {h1, h2, h3, h4}

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- e1 y e2

	A1={h1,h2}	θ1
A2={h2,h3,h4}	{h2} m12(h2)=0.42	{h2,h3,h4} m12{h2,h3,h4}=0.28
θ2	{h1,h2} m12{h1,h2}=0.18	θ12 m12(θ12)=0.12

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- e1 y e2
  – Se cumplen las condiciones para la función de asignación básica de verosimilitud

$$\sum_{i=1}^{4} m12(Ci) = 1$$

$$m12(h2) + m12(h1, h2) + m12(h2, h3, h4) + m12(\theta 12) =$$

$$= 0.42 + 0.18 + 0.28 + 0.12 = 1.00$$

$$m12(\emptyset) = 0$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- (e1 y e2) y e3

	{h2}	{h1,h2}	{h2,h3,h4}	θ12
{h1}	∅ m123(∅) 0.336	{h1} m123(h1) 0.144	∅ m123(∅) 0.224	{h1} m123(h1) 0.096
θ3	{h2} m123{h2} 0.084	{h1,h2} m123(h1,h2) 0.036	{h2,h3,h4} m123(h2,h3,h4) 0.056	θ123 m123(θ123) 0.024

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Grado de conflicto
  - K = 0.336 + 0.224 = 0.560
- Normalizando y agrupando términos
  - m123 (h1) = 0.545
  - m123 (h2) = 0.191
  - m123 (h1,h2) = 0.082
  - m123 (h2,h3,h4) = 0.127
  - m123 (h1,h2,h3,h4) = 0.055
  - $\sum = 1.000$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Credibilidad
  - Indicador de la mínima confianza que podemos depositar en un elemento focal dado

$$Si\_\theta = marco\_de\_discernimiento$$

$$A \subseteq \theta = elemento\_focal$$

$$Cr(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B)$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Plausibilidad
  - Indicador de la máxima confianza que podemos depositar en un elemento focal dado

$$Si\_\theta = marco\_de\_discernimiento$$

$$A \subseteq \theta = elemento\_focal$$

$$Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \varnothing} m(B)$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Intervalo de Confianza
  - Segmento del espacio numérico [0 , 1] que tiene como valor mínimo el valor de la credibilidad del elemento focal, y como valor máximo el correspondiente valor de la plausibilidad
  - Representa la incertidumbre asociada al elemento focal
  - Puede utilizarse como índice dinámico de confianza

$$IC(A) = [Cr(A), Pl(A)]$$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- Casos:
  - $0 \leq Cr(A) \leq 1$ $\quad$ $Cr(A) = 0$ y $Pl(A) = 1 \rightarrow$ No sé
  - $0 \leq Pl(A) \leq 1$ $\quad$ $Cr(A) = 1$ y $Pl(A) = 1 \rightarrow$ Sí
  - $Cr(A) \leq Pl(A)$ $\quad$ $Cr(A) = 0$ y $Pl(A) = 0 \rightarrow$ No
  - $Cr(A) \leq P(A) \leq Pl(A)$

MODELOS CUASI-ESTADÍSTICOS

- D/S versus S/B
  - Sean dos evidencias independientes que apoyan al mismo elemento focal $A \subseteq \theta$
    - e1 : A / m1(A) = s1 , m1(θ) = 1-s1
    - e2 : A / m2(A) = s2 , m2(θ) = 1-s2
    - m12(A) = s1s2 + s1(1-s2) + s2(1-s1) = s1 + s2 –s1s2
  - En este caso, considerando A como hipótesis en el modelo de Shortliffe y Buchanan estamos ante dos evidencias independientes que apoyan a la misma hipótesis
    - CF(H,E) = s1 + s2 –s1s2