Análise Matemática e Métodos Numéricos — Proba 9/06/08 Opción I.

Segundo cuadrimestre. Curso 2007-2008

Nome: .... D.N.I.: ....

Marcar a opción seleccionada en cada pregunta do test na siguinte cuadrícula:

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**Cualificación.**
A	A	A	A	A			R. ben
B	B	B	B	B			R. mal
C	C	C	C	C			R. branco
D	D	D	D	D	Nota:	Nota:	Nota test

Cada pregunta ben respostada da parte do test suma 0.8 punto, se a resposta é incorrecta resta 0.2 e se se deixa en branco nin suma nin resta. Recoméndase leer inicialmente xunto co enunciado da pregunta todas as opcións, pode evitar en algúns caso facer cálculos e axudar a obter máis axeitadamente a resposta. Para a cualificación somentes se terá en conta a cuadrícula e a resolución do exercicio 8 facilitada.

1. Sabendo que $\int_a^0 g(t)\,\mathrm{d}t = \sqrt{2}$, cal das seguintes identidades é correcta?

   [A] $\int_a^0 g(x)+g(x)g'(x)\,\mathrm{d}x = \sqrt{2}+\frac{(g(0))^2}{2}-\frac{(g(a))^2}{2}$.

   [B] $\int_a^0 x+g(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{a^2}{2}+g'(0)-g'(a)$.

   [C] $\int_a^0 x+g'(x)\,\mathrm{d}x = \frac{a^2}{2}+\sqrt{2}$.

   [D] ningunha das anteriores.

2. Se $F(y) = \int_{arctg(y)}^{\sqrt{y}} tg(t)\,\mathrm{d}t$, cal das seguintes afirmacións é correcta?

   [A] $F'(x) = tg(y)\frac{1}{1+y^2}$.

   [B] $F'(x) = \frac{tg(\sqrt{y})}{2\sqrt{y}} - \frac{y}{1+y^2}$.

   [C] $F'(x) = tg(y)\frac{1}{2\sqrt{y}} - tg(y)\frac{1}{(cos(y))^2}$.

   [D] ningunha das anteriores.

3. A integral $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p}dx$ sendo p unha constante arbitraria,

   [A] resólvese aplicando a regra de Barrow no intervalo $[1,+\infty]$

   [B] é unha integral impropia e o seu valor é $\frac{1}{p}$ se $p<1$.

   [C] é unha integral impropia e o seu valor é 1 para $p=2$.

   [D] ningunha das anteriores.

4. Cal das seguintes afirmacións é correcta?

A A secuencia de comandos:

```
nn=[100:100:1000];
t1=[];
t2=[];
for n=nn
A=rand(n);
y=ones(n,1);
t0=cputime;
x=inv(A)*y;
t1=[t1 cputime-t0];
t0=cputime;
x=A\y;
t2=[t2 cputime-t0];
end
```

Permite obter que o tempo de cálculo para resolver o sistema $Ax = y$ empregando o comando que calcula a matriz inversa é $t1$, e que o que se emprega a factorización de Cholesky é $t2$.

C Se tratamos de resolver o sistema $Ax = b$, onde sabemos que A é unha matriz cadrada simétrica e definida positiva, enton podemos aplicar a factorización de Cholesky á matriz A, é dicir $R'R = A$, e resolver aplicando a secuencia de comandos:

```
>> R=chol(A)
>> y=R'\b
>> x=R\y
```

B Se tratamos de resolver o sistema $Ax = b$, onde sabemos que A é unha matriz cadrada simétrica e definida positiva, enton podemos aplicar a factorización de LU á matriz A, é dicir $LU = A$, e resolver aplicando a secuencia de comandos:

```
>> R=lu(A)
>> y=R'\b
>> x=R\y
```

D Se tratamos de resolver o sistema $Ax = b$, onde sabemos que A é unha matriz cadrada non simétrica, entón podemos aplicar a factorización de Cholesky á matriz A, é dicir $R'R = A$, e resolver aplicando a secuencia de comandos:

```
>> R=chol(A)
>> y=R'\b
>> x=R\y
```

5. Seleccionar a única opción que resolve con MATLAB correctamente a cuestión descrita:

A O arquivo:

```
function A=trid(n,a,b,c);
B=[zeros(n-1,1) eye(n-1) ; zeros(1,n)];
A=a*eye(n)-b*B-c*B';
```

Permite definir unha function que nos construe unha matriz cadrada de orde nxa onde todos os elementos diagonais son b e os restantes son c.

C Se executamos os comandos

≫ syms s x m n

≫ Fmn=int(1/(1+s^2),s,m,n)

≫ Gmn=int(1/(1+x^2),x,m,n)

Os valores de Fmn e Gmn son diferentes por integrar respecto de distintas variables.

B Se tratamos de calcular a integral

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{1+s^2} ds,$$

os comandos correctos que temos que introducir son:

≫ syms s

≫ F=int(1/(1+s^2),0,s)

D A secuencia de comandos:

≫ syms x

≫ f=1/x

≫ xp=linspace(1,2,20)

≫ yp=subs(f,xp)

≫ fill([1,xp,2],[0,yp,0],'b')

Permite representar en azul unha rexión do plano xy que ten por área o $ln(2)$.

6. A función erro

$$erf(x) = \int_0^x e^{-t^2}\, dt,$$

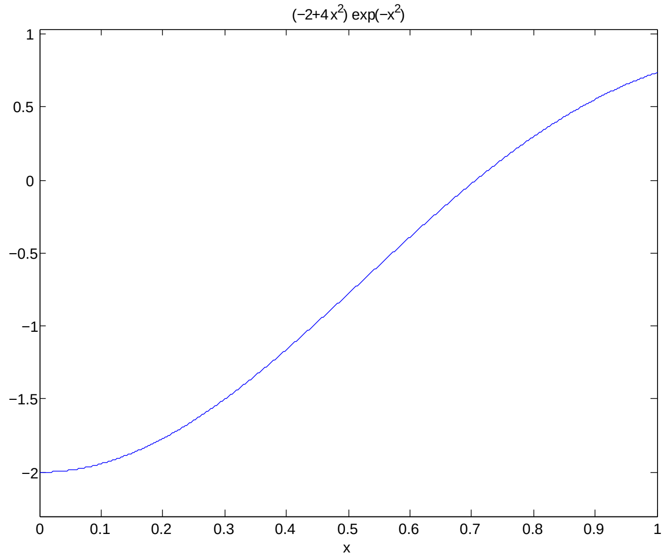
é importante en probabilidade, nas teorías de fluxo de calor e transmisión de señales e debe avaliarse numericamente xa que non existe expresión elemental para a sua primitiva, como se analizou en prácticas.

   (a) Proporcionar a expresión dunha aproximación do valor de $erf(0.5)$ empregando a regra do trapecio para $n = 5$. (0.5 puntos)

   (b) Acoutar o erro que se comete ao considerar dita aproximación tendo en conta a gráfica da función

$$g(x) = (-2 + 4x^2)e^{-x^2}$$

   que se proporciona na seguinte figura como información. É exacta dita aproximación?, razoa a resposta. (0.5 puntos)



7. Respostar aos seguintes apartados:

   (a) Resolver a integral:

$$I = \int \frac{3x^3}{x^2+1}\, dx.$$

   e comprobar que a solución proposta é correcta. I é un número?, I é un conxunto? I é unha función?. (0.75 puntos).

   (b) Resolver a ecuación diferencial de primeira orde e analizar se é linear:

$$(x^2 + 1)y' + 3x^3 y = 6xe^{-\frac{3}{2}x^2}$$

   (0.75 puntos).

   (c) Dar unha solución para o problema de valor inicial:

$$(x^2 + 1)y' + 3x^3 y = 6xe^{-\frac{3}{2}x^2} \quad (1)$$

$$y(0) = 1 \quad (2)$$

   Comprobar que a solución proposta verifica $y(0) = 1$. (0.5 puntos).