

## Álgebra. Boletín 7.

1.- Encuentra una base para los siguientes subespacios vectoriales:

- a)  $\langle (1, 1, -2), (2, -1, 1), (3, -3, 4), (4, -5, 7) \rangle \subset \mathbb{R}^3$   
b)  $\langle (1, 2, 11, -4), (1, 2, 5, 0), (1, 4, 2, 2) \rangle \subset \mathbb{R}^4$ .

2.- Sea  $U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x - y + z - 2t = 0, y + z = 0\}$ . Encuentra una base para  $U$  y completa la base obtenida a una base de  $\mathbb{R}^4$ .

3.- Determina, en función de  $\alpha$ , la dimensión y una base para el subespacio  $\langle S \rangle$ , en los siguientes casos:

- a)  $S = \{(1, 1, \alpha), (1, \alpha, 1), (\alpha, 1, 1)\} \subset \mathbb{R}^3$ .  
b)  $S = \{(1 + \alpha, 1, 1, 1), (1, 1 + \alpha, 1, 1), (1, 1, 1 + \alpha, 1), (1, 1, 1, 1 + \alpha)\} \subset \mathbb{R}^4$ .

4.- En el  $\mathbb{R}$ -espacio vectorial  $\mathbb{R}^4$ , considera el subespacio

$$U = \langle (1, 0, 0, 2), (2, 0, 0, 2), (3, 0, 2, 4) \rangle .$$

Encuentra una base y unas ecuaciones para  $U$ . Completa la base obtenida con vectores de la base canónica, hasta obtener una base de  $\mathbb{R}^4$ .

5.- Encuentra los valores de  $a$  y  $b$  para que los vectores  $(3, 2, a, 5)$ ,  $(2, -3, 5, a)$  y  $(0, 13, b, 7)$  sean linealmente dependientes en  $\mathbb{R}^4$ .

6.- En  $\mathbb{R}^3$  se consideran los subespacios

$$U = \langle (1, 0, 1), (0, 1, 1), (2, 2, 4) \rangle \text{ y } W = \{(x, y, z) / x - y + 2z = 0\} .$$

Encuentra una base para  $U + W$  y una base y unas ecuaciones para  $U \cap W$ .

7.- Considera los subespacios de  $\mathbb{R}^4$

$$W_1 = \langle (1, 1, 1, 1), (1, -1, 1, -1) \rangle \text{ y } \\ W_2 = \langle (1, 1, 0, 1), (1, 2, -1, 2), (3, 5, -2, 5) \rangle .$$

Calcula una base de  $W_1 + W_2$  y unas ecuaciones para  $W_1$  y  $W_2$ . ¿Cuál es la dimensión de  $W_1 \cap W_2$ ?