

## Álgebra. Boletín 8.

1.- Calcular los valores propios y los subespacios propios de las aplicaciones lineales de  $\mathbb{R}^3$  en  $\mathbb{R}^3$  dadas por:

a)  $f(x, y, z) = (x + 2y, -x + 3y + z, y + z)$

b)  $g(x, y, z) = (3x - 8y + 8z, -4x + 7y - 8z, -4x + 8y - 9z).$

2.- Estudiar la posible diagonalización de las aplicaciones lineales del ejercicio anterior. Si es posible, encontrar una base  $\mathcal{B}$  de  $\mathbb{R}^3$  tal que  $(g)_{\mathcal{B}, \mathcal{B}}$  sea diagonal.

3.- Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$$

a) Calcular los valores propios y los subespacios propios de  $A$ .

b) Probar que  $A$  es diagonalizable y encontrar una matriz no singular  $P$  tal que  $P^{-1}AP$  sea diagonal.

4.- Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ -1 & 1 & -a \\ 1 & 0 & a+1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$$

a) Calcular el polinomio característico de  $A$ , así como sus valores propios.

b) ¿Para que valores del parámetro  $a$  es diagonalizable la matriz  $A$ ?

c) Para los valores de  $a$  obtenidos en el apartado anterior encontrar una matriz diagonal  $D$  y una matriz no singular  $P$  tal que  $A = PDP^{-1}$ .