FACTORIZACIÓN LU PARA MATRICES TRIDIAGONALES

Para resolver el S.E.L $Ax = d$ donde A es una matriz tridiagonal se procede de la siguiente forma:

- Factorización: A=LU

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & c_1 & & & \\ b_2 & a_2 & . & & \\ & . & . & . & \\ & & . & . & c_{n-1} \\ & & & b_n & a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ \beta_2 & 1 & & & \\ & . & . & & \\ & & . & . & \\ & & & \beta_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 & c_1 & & & \\ & \alpha_2 & . & & \\ & & . & . & \\ & & & . & c_{n-1} \\ & & & & \alpha_n \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = a_1 & \\ \beta_i = \dfrac{b_i}{\alpha_{i-1}} & i = 2, ..., n \\ \alpha_i = a_i - \beta_i c_{i-1} & i = 2, ..., n \end{cases}$$

- Resolución: $Ax = d$ equivale a resolver $\left| \begin{array}{l} Ly = d \\ Ux = y \end{array} \right.$.

Para resolver $Ly = d$:

$$\begin{cases} y_1 = d_1 \\ y_i = d_i - \beta_i y_{i-1}, \quad i = 2, ..., n \end{cases}$$

Finalmente se resuelve $Ux = y$ para obtener la solución x buscada.

$$\begin{cases} x_n = \dfrac{y_n}{\alpha_n} \\ x_i = \dfrac{y_i - x_{i+1} c_i}{\alpha_i}, \quad i = n-1, n-2, ..., 2, 1 \end{cases}$$