

Tema 2: Predicados

Ejercicio 1 *Evaluar las siguientes expresiones. El estado s en el que dichas expresiones deben ser evaluadas consiste en dos identificadores enteros x e y , un identificador booleano b , dos conjuntos de identificadores m y n , y un array de enteros $c[1 : 3]$. Los valores de estos identificadores son los siguientes: $x = 7, y = 2, b = T, m = \{1, 2, 3, 4\}, n = \{2, 4, 6\}, c = (2, 4, 6)$.*

- | | |
|--|--|
| (a) $x \div y = 3$ | (f) $\text{floor}(-x/y) = -3$ |
| (b) $(x - 1) \div y = 3$ | (g) $\text{ceil}(x/y) = x \div y$ |
| (c) $(x + 1) \div y = 3$ | (h) $\min(\text{floor}(x/2), \text{ceil}(x/2)) < \text{ceil}(x/2)$ |
| (d) $\text{ceil}(x/y) = x \div y + 1$ | (i) $b \vee x < y$ |
| (e) $\text{floor}((x + 1)/y) = (x + 1) \div y$ | (j) $19 \bmod 3$ |

1

Ejercicio 2 *Evaluar las siguientes expresiones en el estado dado en el ejercicio anterior.*

- | | |
|----------------------------|--|
| (a) $m \cup n$ | (e) $\emptyset \subset m$ |
| (b) $m \cap n$ | (f) $\{i \mid i \in m \wedge \text{even}(i)\} \subset n$ |
| (c) $x \in m \wedge b$ | (g) $\{i \mid i \in m \wedge i \in n\}$ |
| (d) $m \subset n \wedge b$ | |

Ejercicio 3 *Evaluar las siguientes expresiones en el estado dado en el ejercicio anterior. Utilizar U para representar el valor de la expresión indefinida.*

- | | |
|-------------------------------------|--|
| (a) $b \vee x/(y - 2) = 0$ | (f) $x = 0 \text{ cand } x/(y - 2) = 0$ |
| (b) $b \text{ cor } x/(y - 2) = 0$ | (g) $1 \leq y \leq 3 \text{ cand } c[y] \in m$ |
| (c) $b \wedge x/(y - 2) = 0$ | (h) $1 \leq y \leq 3 \text{ cor } c[x] \in m$ |
| (d) $b \text{ cand } x/(y - 2) = 0$ | (i) $1 \leq y \leq 3 \text{ cand } c[y + 1] \in m$ |
| (e) $x = 0 \wedge x/(y - 2) = 0$ | (j) $1 \leq y \leq 3 \text{ cor } c[y] \in m$ |

Ejercicio 4 *Siendo el array $b[0 : n - 1]$ con $n > 0$, y $b[j : k]$ con $0 \leq j \leq k + 1 \leq n$, convertir en predicados las siguientes expresiones:*

- a. Todos los elementos de $b[j : k]$ son cero
- b. Ningún valor de $b[j : k]$ es cero
- c. Algunos valores de $b[j : k]$ son cero
- d. Todos los ceros de $b[0 : n - 1]$ están en $b[j : k]$
- e. Algunos ceros de $b[0 : n - 1]$ están en $b[j : k]$
- f. Si $b[0 : n - 1]$ contiene un cero, entonces también $b[j : k]$
- g. Los valores de $b[j : k]$ están en orden ascendente

¹ \div : división entera; *ceil*: redondea hacia arriba; *floor*: redondea hacia abajo; *odd*: impar; *even*: par

- h. Si x está en $b[j : k]$, entonces $x + 1$ está en $b[k + 1 : n - 1]$
- i. $b[j : k]$ contiene al menos dos ceros
- j. Si $b[1] = 3$ o $b[2] = 4$ y $b[3] = 5$ entonces $j = 3$
- k. El array $b[0 : n - 1]$ tiene al menos dos elementos correlativos
- l. En el array $b[0 : n - 1]$ existe al menos un valor que es igual al siguiente

Ejercicio 5 Suponiendo los siguientes predicados auxiliares $\text{par}(X)$, $\text{impar}(X)$ y $\text{primo}(X)$, expresar como predicados las siguientes expresiones en lenguaje natural:

- a. Existe un entero par
- b. Todo número entero o es par o es impar
- c. Todos los números primos son no negativos
- d. El único número primo par es el dos
- e. No todos los enteros son pares
- f. No todos los primos son impares
- g. Si un entero no es impar, entonces es par

Ejercicio 6 Expresar los predicados auxiliares $\text{par}(X)$, $\text{impar}(X)$ y $\text{primo}(X)$, utilizando para ello los cuantificadores necesarios.

Ejercicio 7 En el conjunto de los números enteros, expresar en lenguaje natural los siguientes predicados:

- (a) $(\exists x \in \mathbf{Z} : x < x + 1)$
- (b) $(\exists x \in \mathbf{Z} : x = 5)$
- (c) $(\exists x \in \mathbf{Z} : x = x + 1)$
- (d) $(\forall x \in \mathbf{Z} : (\exists y \in \mathbf{Z} : x * y = 0))$
- (e) $(\exists x \in \mathbf{Z} : (\forall y \in \mathbf{Z} : x * y = 1))$
- (f) $(\exists x \in \mathbf{Z} : (\forall y \in \mathbf{Z} : x * y = x))$

Ejercicio 8 Dado $\alpha = (\forall I \in [0, n) : b[I] < b[I + 1])$ indicar cuales de las siguientes sustituciones textuales no son válidas y realizar aquellas que son válidas.

- 1. (α_J^I)
- 2. (α_{n+1}^n)
- 3. (α_c^b)
- 4. (α_{n+I}^n)
- 5. (α_{b+1}^b)
- 6. $(\alpha_{m,k}^{n,b})$

Ejercicio 9 Dado $\alpha = (n > i) \wedge (\mathbf{N}J \in [1, n) : n/J = 0) > 1$ indicar cuales de las siguientes sustituciones textuales no son válidas y realizar aquellas que son válidas.

- 1. (α_J^i)
- 2. (α_{m+i}^n)
- 3. (α_{J+1}^J)
- 4. (α_k^i)
- 5. $(\alpha_{n+i}^n)_t^i$
- 6. $(\alpha_{n+i,t}^{n,i})$

Ejercicio 10 (Marcar todas las respuestas correctas) Dada la expresión $\alpha : i < 3 \vee (\forall i \in [j, m] : i > (\mathbf{N}k \in [0, m] : b[k] = j))$:

- a) i aparece libre y ligada en α
- b) $\alpha = \alpha_p^i$
- c) es equivalente a $\alpha : i < 3 \vee (\forall h \in [j, m] : h > (\mathbf{N}k \in [0, m] : b[k] = j))$
- d) $\alpha = \alpha_p^k$

Ejercicio 11 (Marcar todas las respuestas correctas) El predicado $0 \leq p < n \wedge (\forall i : 0 \leq i < n : b[p] \geq b[i])$:

- a) indica que p es la posición del máximo valor de $b[0 : n - 1]$
- b) contiene a la variable i libre
- c) indica que el valor máximo de $b[0 : n - 1]$ es único
- d) contiene a la variable p libre

Ejercicio 12 (Marcar todas las respuestas correctas) Dados $b[0 : n]$ y $c[0 : m]$, la expresión $(\forall k : 0 \leq k \leq n : (\exists j : 0 \leq j \leq m : c[j] = b[k]))$ es equivalente a afirmar:

- a) todo elemento de c está en b
- b) algún elemento de c está en b
- c) todo elemento de b está en c
- d) $\neg(\exists k : 0 \leq k \leq n : (\forall j : 0 \leq j \leq m : c[j] \neq b[k]))$

Ejercicio 13 Señala el predicado que indica que todos los ceros del array $b[0 : n]$ están en el subarray $b[h : k]$:

- a) $0 \leq h \leq k \leq n \wedge (\exists i \in [h, k] : b[i] = 0)$
- b) $0 \leq h \leq k \leq n \wedge (\forall i \in [h, k] : b[i] = 0)$
- c) $0 \leq h \leq k \leq n \wedge (\forall i \in [0, h - 1] : b[i] \neq 0) \wedge (\forall i \in [k + 1, n] : b[i] \neq 0)$
- d) $0 \leq h \leq k \leq n \wedge (\forall i \in [0, h - 1] : b[i] \neq 0) \wedge (\forall i \in [k + 1, n] : b[i] \neq 0) \wedge (\exists i \in [h, k] : b[i] = 0)$

Ejercicio 14 (Marcar todas las respuestas correctas) Sea $\alpha : (\forall i \in [j, m] : i > (\mathbf{N}j \in [0, m] : b[i] = j))$, entonces es cierto que:

- a) j aparece libre en α
- b) j no aparece ligada en α
- c) es equivalente a $(\forall i \in [k, m] : i > (\mathbf{N}k \in [0, m] : b[i] = k))$
- d) es equivalente a $(\forall h \in [j, m] : h > (\mathbf{N}k \in [0, m] : b[h] = k))$