GRUPO:............

Tecnología de la Programación. ITIS. Curso 2007/2008

Grupos Cooperativos. Seminario I. 25 de Octubre de 2007

1. Indicar cuales de las siguientes respuestas son correctas. El predicado $n > 0 \wedge (\forall I \in [0, n\rangle \wedge b[I] = 0 : \neg(\exists J \in [I+1, n\rangle : b[J] \neq 0))$

   a) implica que existe al menos un cero en b
   b) significa que si hay ceros en b, están preferentemente hacia la izquierda
   c) equivale a $n > 0 \wedge (\forall I \in [0, n\rangle : b[I] \neq 0 \vee \neg(\exists J \in [I+1, n\rangle : b[J] \neq 0))$
   d) equivale a $n > 0 \wedge (\forall K \in [0, n\rangle \wedge b[K] = 0 : (\forall J \in [K+1, n\rangle : b[J] = 0))$

   a) No. De hecho, cuando b no tiene ceros, el cuantificador universal es trivialmente cierto.
   b) No. De hecho, cuando hay ceros, están preferentemente a la derecha, ya que no puede haber un no-cero a la derecha de un cero.
   c) Sí, ya que $(\forall I \in [0, n\rangle \wedge b[I] = 0 : \alpha)$ es lo mismo que $(\forall I \in [0, n\rangle \wedge b[I] = 0 \Rightarrow \alpha)$ que a su vez equivale a $(\forall I \in [0, n\rangle \wedge b[I] \neq 0 \vee \alpha)$.
   d) Sí. Ha cambiado el nombre de la variable cuantificada I por una nueva K. Por otro lado negar el cuantificado universal equivale a un cuantificador existencial negando la condición interna al cuantificador.

2. El predicado $(\forall I : 0 \leq I < n : (\exists J : 0 \leq J < n : b[J] = b[I] \Leftrightarrow b[I] > 0))$

   a) es equivalente a $(\forall I : 0 \leq I < n : (\exists J : 0 \leq J < n : (b[J] \neq b[I] \vee b[I] > 0) \wedge (b[I] \leq 0 \vee b[J] = b[I])))$
   b) significa que todo elemento de b tiene otro igual en el array si dicho elemento es positivo
   c) es equivalente a $(\exists J : 0 \leq J < n : (\forall I : 0 \leq I < n : b[I] > 0 \wedge b[J] = b[I]))$
   d) es equivalente a $(\forall J : 0 \leq J < n : (\exists I : 0 \leq I < n : (b[J] = b[I] \Rightarrow b[J] > 0) \wedge (b[J] > 0 \Rightarrow b[J] = b[I])))$

   (a) **Sí**, este predicado resulta de la aplicación de la ley de la implicación sobre ambos lados de la doble implicación .
   (b) **No**, el predicado del enunciado dice *si y sólo sí*.
   (c) **No**, este predicado dice que todos los elementos positivos son iguales y no dice nada sobre los elementos negativos. El predicado del enunciado dice que para todos los elementos de b si el elemento es positivo entonces tiene al menos otro igual a él, pero si el elemento es negativo no existe otro elemento igual a ese elemento negativo.
   (d) **Sí**, este predicado resulta de la transformación de la doble implicación en dos implicaciones simples.

3. Indicar cuales de las siguientes respuestas son correctas. Dada la expresión $\alpha : N > 0 \wedge (\forall I \in [0, N] : (\exists N \in [0, m\rangle : b[I] = c[N]))$ se cumple que:

   a) $\alpha^I_N = N > 0 \wedge (\forall N \in [0, N\rangle : (\exists N \in [0, m\rangle : b[N] = c[N]))$
   b) La variable N no aparece libre en α
   c) $\alpha^N_M = M > 0 \wedge (\forall I \in [0, M\rangle : (\exists N \in [0, m\rangle : b[I] = c[N]))$
   d) La variable N aparece ligada en α

   a) No, ya que I no aparece libre, $\alpha^I_N = \alpha$. Aún así, podría ser correcto cambiar la variable cuantificada I por otra (lo cual es independiente de ninguna sustitución). Sin embargo en el ejemplo propuesto, el cambio de nombre de I por N es incorrecto, ya que la I en $b[I]$ ha pasado a estar ligada al cuantificador existencial.

b) No. Aparece libre en $n > 0$ y en el rango de la I

c) Sí, ya que todas las apariciones libres de N han sido reemplazadas por M.

d) Sí. Aparece ligada en el $\exists n$.

4. Dada la expresión $\alpha : 0 \leq h \leq k \leq n \wedge (\forall i \in [0, h-1] : b[i] \neq 0) \wedge (\forall i \in [k+1, n] : b[i] \neq 0)$ se cumple que:

   a) la variable k aparece ligada en α

   b) las variables h y k aparecen libres en α

   c) la sustitución α^i_j es igual a $0 \leq h \leq k \leq n \wedge (\forall j \in [0, h-1] : b[j] \neq 0) \wedge (\forall j \in [k+1, n] : b[j] \neq 0)$

   d) la sustitución α^k_m es igual a $0 \leq h \leq m \leq n \wedge (\forall j \in [0, h-1] : b[j] \neq 0) \wedge (\forall j \in [m+1, n] : b[j] \neq 0)$

   (a) **No**. Aparece libre en $0 \leq h \leq k \leq n$ y en el rango de la variable i.

   (b) **Sí**. Aparecen libres en $0 \leq h \leq k \leq n$ y en los rangos de la variable i respectivamente.

   (c) **No**. Ya que la variable i aparece ligada a los dos cuantificadores.

   (d) **Sí**. Las apariciones de la variable libre k han sido sustituidas por m. Además, la variable cuantificada i ha sido cambiada por otra variable (j), lo cual es independiente de cualquier sustitución.

5. Dados $c[1:5] = (1, 2, 3, 4, 5)$ y $b[0:2][1:3] = ((0, 1, 2), (3, 4, 5), (6, 7, 8))$, evalúa las siguientes expresiones:

   a) $(c; \varepsilon : b[0]) = b[0] = (0, 1, 2)$

   b) $(c; 2:4)[2] = (c; 2o\varepsilon : 4)[2] = (c[2]; \varepsilon : 4) = 4$

   c) $(c; 1:5)[1] = (c; 1o\varepsilon : 5)[1] = (c[1]; \varepsilon : 5) = 5$

   d) $(b; [0][2] : 5)[1] = b[1] = (3, 4, 5)$

   e) $(b; [1][3] : 9)[1][3] = (b[1]; [3] : 9)[3] = (b[1][3]; \varepsilon : 9) = 9$

   f) $(b; [2][2] : 5)[0][3] = (b[0]; [2] : 5)[3] = b[0][3] = 2$

6. Simplifica las siguientes expresiones:

   a) $b[i] = (b; j : b[j]; i : b[i])[j] \equiv (i = j \vee b[i] = b[j])$

   b) $(b; i : b[k]; j : b[k])[k] = b[i] \equiv b[k] = b[i]$

   c) $(b; k : b[k]; j : b[k])[k] = (b; j : b[k]; k : b[k])[j] \equiv T$

   d) $(b; i : i)[b[i]] = (b; b[i] : i)[i] \equiv i = b[i] \vee b[b[i]] = b[i]$

   e) $(b; j : b[i])[(b; j : b[i])[i]] = j \equiv j = b[i] \vee b[b[i]] = j$