Apellidos, Nombre:.. GRUPO:........

Tecnología de la Programación. ITIS. Curso 2007/2008

Grupos Cooperativos. Seminario I. 26 de Octubre de 2007

1. Indicar cuales de las siguientes respuestas son correctas. Dados dos arrays de enteros $b[0:n-1]$ y $c[0:m-1]$ con $n, m \geq 0$, requerir que no haya ningún elemento positivo de b mayor que algún elemento positivo de c equivale a:

   a) $\neg(\exists I \in [0, n\rangle, J \in [0, m\rangle : b[I] \geq 0 \wedge c[J] \geq 0 \wedge b[I] > c[J])$
   b) $(\forall I \in [0, n\rangle \wedge b[I] \geq 0 : (\forall J \in [0, m\rangle \wedge c[J] \geq 0 : b[I] \leq c[J]))$
   c) $(\exists I \in [0, n\rangle \wedge b[I] \geq 0 : (\forall J \in [0, m\rangle \wedge c[J] \geq 0 : b[I] < c[J]))$
   d) $(\forall J \in [0, m\rangle \wedge c[J] \geq 0 : \neg(\exists I \in [0, n\rangle : b[I] \geq 0 \wedge b[I] \geq c[J]))$

   a) Sí: es la traducción directa del enunciado.
   b) Sí. La negación de los cuantificadores existenciales se convierte en dos cuantificadores universales donde negamos la condición interna (es decir, cambiamos el signo de la desigualdad).
   c) No. No es suficiente con que un elemento positivo de b sea mayor o igual que los positivos de c. Debe cumplirse para todo positivo de b.
   d) No. Hemos cambiado uno de los $\neg\exists$ por un $\neg\forall$ y no el otro. Hasta aquí el predicado sería correcto. Sin embargo, hemos cambiado un *mayor* estricto por un *mayor o igual* ($b[I] \geq c[J]$)por lo que la respuesta no es correcta.

2. Indicar cuales de las siguientes respuestas son correctas. Dado el predicado $\alpha : (\exists I \in [0, n\rangle : (\forall J \in [0, m\rangle : b[I, J] = 0))$

   a) si $n = 0$ y $m = 0$, α es equivalente a T
   b) si $n = 0$ y $m = 0$, α es equivalente a F
   c) es equivalente a $(\forall J \in [0, m\rangle : (\exists I \in [0, n\rangle : b[I, J] = 0))$
   d) si $n > 0$ y $m = 0$, α es equivalente a T

   a) No, dado que el operador principal es un cuantificador existencial, cuando $n = 0$ éste tiene un rango vacío y la fórmula equivale directamente a falso F, sin importar el contenido interno.
   b) Sí, por lo explicado en el apartado anterior.
   c) No. En general, el orden entre el cuantificador universal y el cuantificador existencial no se puede intercambiar. La fórmula original indica que existe una fila I en el array b que tiene todas sus columnas igual a cero. Al cambiar el orden, estamos diciendo que en toda columna J, tenemos alguna fila en la que hay un cero. Pero claramente, ambas afirmaciones no son equivalentes.
   d) Sí. Dado que ahora el cuantificador existencial tiene un rango no vacío, entraríamos a mirar el cuantificador universal interno. Pero este sí tiene rango vacío ($m = 0$) y por tanto equivale a cierto T. Así pues, el cuantificador existencial sería una disyunción no vacía de ciertos $T \vee T \vee ... \vee T$ que equivale a T.

3. Marcar todas las respuestas correctas) Dada la expresión $\alpha : i < 3 \vee (\forall i \in [j, m] : i > (\mathbf{N}k \in [0, m] : b[k] = j))$:

   a) i aparece libre y ligada en α
   b) $\alpha = \alpha_p^i$

c) es equivalente a $\alpha : i < 3 \vee (\forall h \in [j,m] : h > (\mathbf{N}k \in [0,m] : b[k] = j))$

d) $\alpha = \alpha_p^k$

a) **Sí**. i aparece libre en $i < 3$ y ligada en el cuantificador.

b) **No**. Porque la i libre cambia por p y la expresión ya no es equivalente a α.

c) **Sí**. Siempre es posible cambiar el nombre a una variable cuantificada (en este caso la i ligada) por un nombre nuevo que no aparecía antes (en este caso la h).

d) **Sí**. Ya que al no aparecer k libre en α, la sustitución no hace nada.

4. Dados $c[1:2] = (9,8)$ y $b[0:2][1:2] = ((2,3),(6,7),(10,11))$, evalúa las siguientes expresiones:

a) $(c; \varepsilon : b[1]) = b[1] = (6,7)$

b) $(c; 3 : 1)[3] = U$

c) $(c; 1 : 5)[2] = (c; 1o\varepsilon : 5)[2] = (c[1]; \varepsilon : 5) = 8$

d) $(b; [2][2] : 5)[1] = b[1] = (6,7)$

e) $(b; [1][2] : 4)[1][2] = (b[1]; [2] : 4)[2] = (b[1][2]; \varepsilon : 4) = 4$

f) $(b; [0][1] : 2)[1][1] = (b[1]; [1] : 2)[1] = 6$

5. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $(b; j : b[i]; i : b[j])[j] = (b; j : b[j])[i]$

$\equiv (i = j \wedge b[j] = b[j]) \vee (i \neq j (b; j : b[i])[j] = b[i])$

$\equiv (i = j \wedge T) \vee (i \neq j b[i] = b[i])$

$\equiv i = j \vee (i \neq j \wedge T) \equiv i = j \vee i \neq j \equiv T$

Solución final: $(b; j : b[i]; i : b[j])[j] = (b; j : b[j])[i] \equiv T$

b) $(b; j : b[k]; i : b[k])[k] = (b; i : b[k]; k : b[k])[j]$

$\equiv (i = k \wedge k = j \wedge b[k] = b[k]) \vee (i = k \wedge k \neq j \wedge b[k] = (b; i : b[k])[j])$
$\vee (i \neq k \wedge k = j \wedge b[k] = b[k]) \vee (i \neq k \wedge k \neq j \wedge b[k] = (b; i : b[k])[j])$

$\equiv (i = k \wedge k = j \wedge T) \vee (i = k \wedge k \neq j \wedge b[k] = (b; i : b[k])[j])$
$\vee (i \neq k \wedge k = j \wedge T) \vee (i \neq k \wedge k \neq j \wedge b[k] = (b; i : b[k])[j])$

$\equiv ((i = k \vee i \neq k) \wedge k = j) \vee ((i = k \vee i \neq k) \wedge (k \neq j \wedge b[k] = (b; i : b[k])[j]))$

$\equiv (T \wedge k = j) \vee (T \wedge (k \neq j \wedge b[k] = (b; i : b[k])[j]))$

$\equiv k = j \vee (k \neq j \wedge b[k] = (b; i : b[k])[j])$

$\equiv k = j \vee b[k] = (b; i : b[k])[j]$

$\equiv k = j \vee (i = j \wedge b[k] = b[k]) \vee (i \neq j \wedge b[k] = b[j])$

$\equiv k = j \vee i = j \vee b[k] = b[j]$

Solución final:
$(b; j : b[k]; i : b[k])[k] = (b; i : b[k]; k : b[k])[j] \equiv k = j \vee i = j \vee b[k] = b[j]$