

---

# Tecnología de la Programación

---

*Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas*

Elena M<sup>a</sup> Hernández Pereira  
Óscar Fontenla Romero

## Bloque didáctico II: Semántica de programas Tema 5

- Título: El transformador de predicados  $wp$
- Unidades de contenido
  - Definición del transformador de predicados
  - Propiedades del  $wp$
  - Estrategia de demostración de corrección

## Tema 5: El $wp$ Definición y ejemplos

- Definición: Predicado  $wp(S,R)$ 
  - Representa el conjunto de todos los estados tales que, si la ejecución de  $S$  comienza en alguno de ellos, está garantizado que termina en una cantidad de tiempo finita y en un estado que satisfaga  $R$
- Ejemplo:
  - $S: i:=i+1$  y  $R: i \leq 1$
  - $\{(i, 0), (i, -1), (i, -2), \dots\} \Rightarrow i \leq 0$
  - Solución:  $wp("i:=i+1", i \leq 1) = (i \leq 0)$

## Tema 5: El $wp$ Definición y ejemplos

- Ejemplos
  - $S: \text{if } x \geq y \text{ then } z:=x \text{ else } z:=y$        $R: z=\max(x,y)$
  - $wp(S,R) = T$
  - $S: \text{if } x \geq y \text{ then } z:=x \text{ else } z:=y$        $R: z=y$
  - $wp(S,R) = (y \geq x)$
  - $S: \text{if } x \geq y \text{ then } z:=x \text{ else } z:=y$        $R: z=y - 1$
  - $wp(S,R) = F$
- Dado un comando  $S$ ,  $wp(S,T)$ 
  - Representa el conjunto de todos los estados tales que para la ejecución de  $S$  que comienza en uno de ellos, se garantiza su finalización

## Tema 5: El $wp$ Definición y ejemplos

- $\{Q\} S \{R\}$ 
  - $Q$ , *precondición* y  $R$ , *postcondición*
- $wp(S,R)$ 
  - *Precondición más débil (weakest precondition)*
- $\{Q\} S \{R\}$  *alternativa a*  $Q \Rightarrow wp(S,R)$
- $\{Q\} S \{R\}$  es cierto  $\Leftrightarrow EST(Q) \subseteq wp(S,R)$ 
  - Es decir, exigimos que  $Q \Rightarrow wp(S,R)$  sea una tautología
- Decimos entonces que  $S$  *satisface la corrección total* respecto a  $Q$  y  $R$

## Tema 5: El $wp$ Definición y ejemplos

- La corrección parcial de  $S$  respecto a  $Q$  y  $R$  se denota  $Q \{S\} R$  y *equivale a*:
  - *Si iniciamos  $S$  en un estado que satisface  $Q$ , y se da que termina, entonces satisface  $R$  al acabar*
  - *No garantiza la terminación de  $S$*
- *Ej*:
  - $T \{while\ T\ do\ skip\} T$  (*tautología*)
  - $\{T\} while\ T\ do\ skip\ \{T\}$  (*falsa*)
    - $T \Rightarrow wp(\text{"while } T \text{ do skip"}, T)$

## Tema 5: El $wp$ Propiedades

- Ley del milagro excluido
  - $wp(S, F) = F$
- *Distributividad de la conjunción*
  - $wp(S, \alpha) \wedge wp(S, \beta) = wp(S, \alpha \wedge \beta)$
- *Ley de monotonicidad*
  - Si  $\alpha \Rightarrow \beta$  entonces  $wp(S, \alpha) \Rightarrow wp(S, \beta)$
- *Distributividad de la disyunción*
  - $wp(S, \alpha) \vee wp(S, \beta) \Rightarrow wp(S, \alpha \vee \beta)$
  - $wp(S, \alpha) \vee wp(S, \beta) \Leftarrow wp(S, \alpha \vee \beta)$  si  $S$  determinista

## Tema 5: El $wp$ Casos extremos de especificación

|                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| $\{T\}S\{R\}$                       | $S$ termina en cualquier circunstancia y hace cierto $R$  |
| $\{Q\}S\{T\}$                       | Si la precondition es cierta, $S$ termina y no garantiza ningún resultado   |
| $\{T\}S\{T\}$                       | $S$ siempre termina pero no garantiza ningún resultado  |
| $\{T\}S\{F\}$                       | $S$ no es factible: $S$ siempre termina y hace cierto $False$   |
| $\{T\}S\{y^2 = x \wedge y \geq 0\}$ | Otro programa no factible: que pasa si $x < 0$  |
| $\{F\}S\{T\}$                       | No hay garantía de terminación y si $S$ termina, puede hacer cualquier cosa en el estado. $S$ puede ser un bucle infinito o un <i>abort</i> |

## Tema 5: El $wp$ Demostración de corrección

- o Estrategia:
- o Dado  $\{Q\} S \{R\}$  demostrar la corrección es lo mismo que:
  1. Calcular  $wp(S,R)$
  2. Demostrar que  $Q \Rightarrow wp(S,R)$
- o Fortalecer / Debilitar  $Q$  y  $R$

$$\left. \begin{array}{l} Q \Rightarrow wp(S, R) \\ Q' \Rightarrow Q \end{array} \right\} \text{ entonces } Q' \Rightarrow wp(S, R)$$

$$\left. \begin{array}{l} \{Q\} S \{R\} \\ R \Rightarrow R' \end{array} \right\} \text{ entonces } \{Q\} S \{R'\}$$

## Tema 5: El $wp$ Ejercicios

- o Determina  $wp(S,R)$  para:

| S                            | R             |
|------------------------------|---------------|
| (a) $i := i + 1$             | $i > 0$       |
| (b) $i := i + 2; j := j - 2$ | $i + j = 0$   |
| (c) $i := i + 1; j := j - 1$ | $i * j = 0$   |
| (d) $z := z * j; i := i - 1$ | $z * j^i = c$ |
| (e) $a[i] := 1$              | $a[i] = a[j]$ |
| (f) $a[a[i]] := i$           | $a[i] = i$    |

## Tema 5: El *wp* Transiciones de estados

- Trayectoria  $\Rightarrow$  secuencia de estados
- Traza  $\Rightarrow$  secuencia de instrucciones
- La misma traza puede ser debida a distintas trayectorias
- Trayectorias distintas para el mismo estado  $\Rightarrow$  trazas distintas
- Programa determinista  $\Rightarrow$  aquel que para cualquier estado inicial genera (como mucho) una única traza
  - Mismo  $s_0$ , varias trazas  $\Rightarrow$  no determinista
  - Mismo  $s_0$  varias trayectorias  $\Rightarrow$  varias trazas  $\Rightarrow$  no determinista
  - Mismo  $s_0$ , única trayectoria  $\nRightarrow$  determinista

## Tema 5: El *wp* Transiciones de estados

- Programas equivalentes
  - Para todo estado inicial tienen el mismo conjunto de posibles estados finales y terminan o no, de igual forma para cualquier estado inicial
- *Ej:*
  - $i:=i+2$  es equivalente a  $i:=i+1; i:=i+1$
  - $\{x=2\} S \{y=10\}$ 
    - (a)  $y := x*5$       (b)  $y := x+8$

*no son equivalentes*