TEORÍA DE AUTÓMATAS Y LENGUAJES FORMALES

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas - 2008/09

Boletín de Ejercicios nº 1

NOTA: Los ejercicios marcados con (*) son de especial dificultad.

1. Escriba la expresión regular que describe el lenguaje sobre $\{a, b\}$ formado por todas las cadenas que tienen un número impar de $a$es y un número par de $b$es.

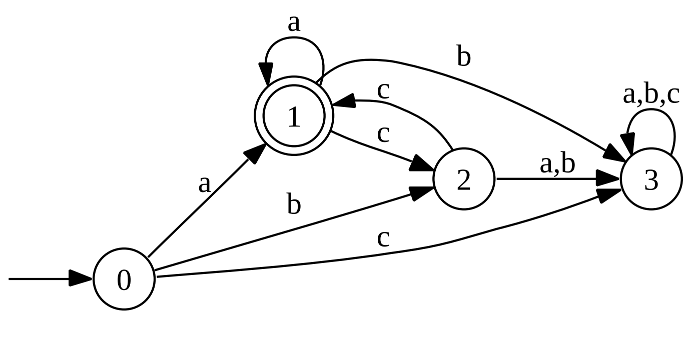
2. Simplifique la expresión regular $(\epsilon \cup aa)(\epsilon \cup aa)^*(ab \cup b) \cup (ab \cup b)$.

3. Construya un autómata finito determinista sobre el alfabeto $\{a, b\}$ que acepte las cadenas cuyo número de $a$es sea múltiplo de 3 y cuyo número de $b$es sea divisible por 2.

4. (*) Construya un autómata finito sobre el alfabeto $\{a, b\}$ que acepte el lenguaje formado por todas las cadenas tales que cada subcadena de longitud 4 tiene exactamente una b.

5. Encuentre un autómata finito no determinista que acepte el lenguaje de todas las cadenas sobre $\{a, b\}$ cuyo tercer símbolo desde el final es una b. Conviértalo en determinista.

6. Obtenga la expresión regular del lenguaje aceptado por el siguiente autómata finito:



7. El siguiente razonamiento intenta demostrar mediante el lema del bombeo que el lenguaje $L = 0^*1^*$ no es regular:

   Supongamos que L es regular. Entonces existe una constante k asociada a L tal que cualquier cadena $z \in L$, $|z| \geq k$, puede descomponerse en $z = uvx$, donde $|v| \geq 1$ y $|uv| \leq k$, y de forma que $uv^ix \in L$, $\forall i \geq 0$. Consideremos la cadena $z = 0^k1^k$ y todas sus posibles descomposiciones:

   - Si v está formada sólo por ceros, cualquier bombeo $i \geq 2$ produce más ceros que unos.
   - Si v está formada sólo por unos, cualquier bombeo $i \geq 2$ produce más unos que ceros.

- Si v está formada por ceros y por unos, cualquier bombeo $i \geq 2$ mezcla los ceros y los unos produciendo cadenas que tampoco pertenecen al lenguaje L.

De todo esto se concluye que L no es regular.

Indique de forma clara si este razonamiento es correcto o no.

8. (*) Sea L un lenguaje regular. Demuestre que la colección de cadenas cuyas inversas pertenecen a L es también un lenguaje regular.

9. Construya un autómata finito que gestione el control de una máquina de café que responde a las siguientes especificaciones:

   Un café cuesta 20 céntimos. La máquina sólo admite monedas de 10 y de 20 céntimos. Para obtener un café es necesario introducir el importe exacto. Si en algún momento se supera el importe exacto, la máquina devuelve la última moneda introducida, pero recuerda el importe proporcionado hasta ese momento y sigue operando. Una vez alcanzado el importe exacto, la máquina sirve el café automáticamente. El usuario tiene siempre a su disposición un botón para cancelar la operación. Si se pulsa este botón, la máquina devuelve todo el dinero introducido hasta ese momento y recupera la configuración inicial.

10. Simplifique tanto como sea posible la siguiente gramática:

$$\begin{array}{l} S \rightarrow aB \mid aaB \mid AB \\ A \rightarrow \epsilon \\ B \rightarrow bA \mid \epsilon \end{array}$$

11. Demuestre mediante el lema del bombeo que el lenguaje $\{w \mid w \in \{a, b, c\}^*$ y $\#a$es $=$ $\#b$es $= \#c$es, sin importar el orden$\}$ no es independiente del contexto.

12. Construya un autómata de pila que acepte el lenguaje $\{a^i b^j | i \leq j \leq 2i\}$.

13. (*) Construya un autómata de pila que acepte el conjunto de todas las cadenas de ceros y unos tales que ningún prefijo tenga más unos que ceros.

14. (*) Dada la familia de lenguajes $\{a^n b^m a^r b^m a^n / n \geq 0, m \geq 0\}$, razone brevemente para qué valores de r se puede obtener un lenguaje independiente del contexto.

15. (*) Razone la verdad o falsedad de la siguiente afirmación: "*Todo subconjunto de un lenguaje independiente del contexto es independiente del contexto*".

16. Pase a forma normal de Greibach la siguiente gramática:

$$\begin{array}{l} S \rightarrow AA \mid a \\ A \rightarrow SA \mid b \end{array}$$