TEORÍA DE AUTÓMATAS Y LENGUAJES FORMALES

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas - 2008/09

Boletín de Ejercicios nº 2

NOTA: Los ejercicios marcados con (*) son de especial dificultad.

1. Construya una máquina de Turing M que dado un número en binario, el cual se representa en la cinta mediante una cadena de 0,s y 1,s acotada por blancos, lo incremente en una unidad. Ejemplo de ejecución:

   $$\underline{B}\,1\,0\,1\,0\,1\,B \text{ se transforma en } \underline{B}\,1\,0\,1\,1\,0\,B$$

   Otro ejemplo:

   $$\underline{B}\,1\,1\,1\,1\,1\,B \text{ se transforma en } \underline{B}\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,B$$

   A la hora de especificar la máquina M obtenida, hágalo dibujando su correspondiente grafo.

2. Mediante composición de máquinas básicas, construya una máquina de Turing que acepte $\{w \mid w = w^I\}$. Se supone que la máquina empieza a trabajar en la situación $\underline{B}wB$, donde B es el símbolo blanco.

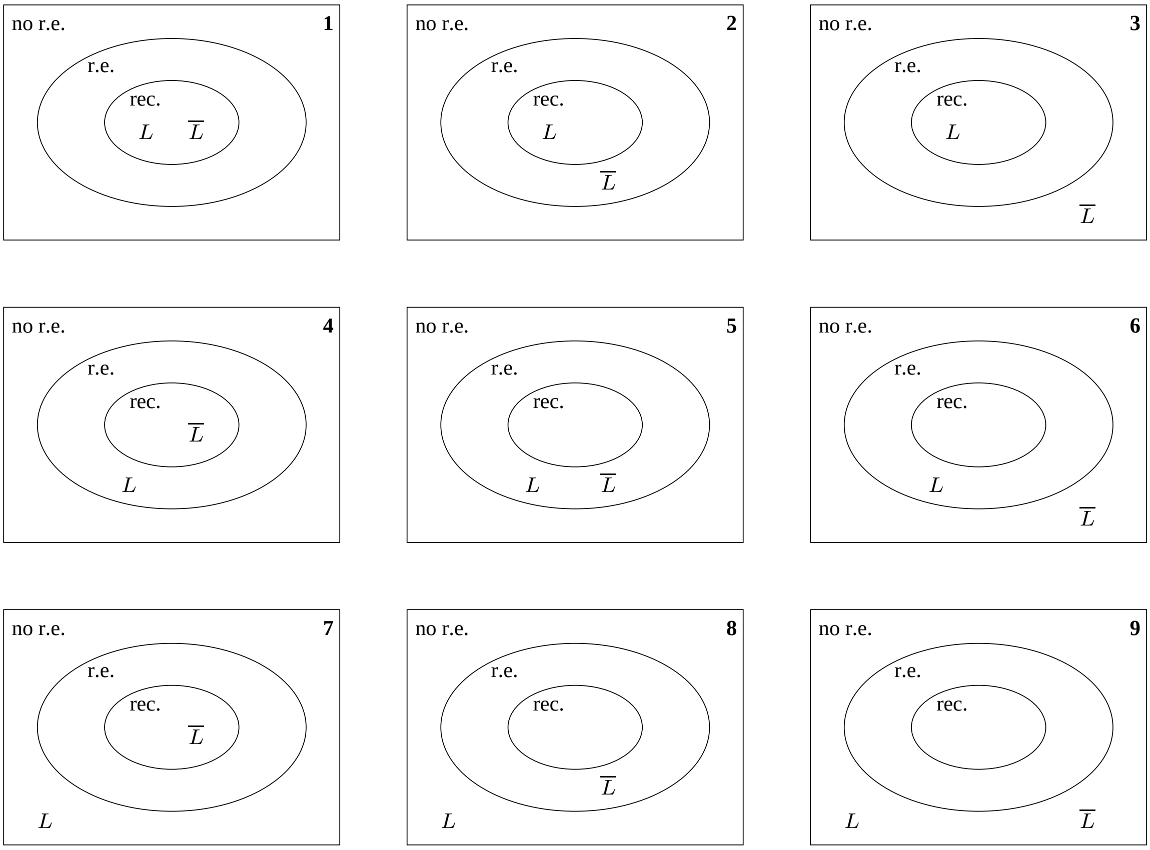
3. Mediante composición de máquinas básicas, construya una máquina de Turing que dada $\underline{B}wB$ genere $\underline{B}w^IB$, donde B es el símbolo blanco. Ejemplo: a partir de $\underline{B}abcdeB$ debe generar $\underline{B}edcbaB$.

4. Diseñe una máquina de Turing cuyos cálculos decidan si un número natural n es primo o no. Sugerencias:

   - Considere un alfabeto de cinta formado únicamente por dos símbolos (el símbolo blanco y otro más, por ejemplo, a), y represente el número natural n mediante una secuencia de n $a$es.
   - Realice un diseño esquemático, es decir, no completamente detallado. Es suficiente con indicar, por ejemplo, cuántas cintas debe tener la máquina, qué almacena cada cinta, y cómo la máquina hace uso de esos contenidos durante su funcionamiento. Eso sí, no olvide especificar todas las posibles situaciones en las que la máquina se detiene, distinguiendo cuáles son de aceptación y cuáles de rechazo.

5. (*) Supongamos que L es recursivamente enumerable, pero no recursivo. Demuestre que, para toda máquina de Turing M que acepte L, existe un número infinito de cadenas que pueden hacer que M no pare.

6. Dado un lenguaje L, denotamos su complementario mediante $\overline{L}$. Así mismo, denotamos también mediante "rec.", "r.e." y "no r.e.", los lenguajes "recursivos", "recursivamente enumerables (pero no recursivos)" y "no recursivamente enumerables", respectivamente. Indique entonces cuáles de las siguientes nueve situaciones son posibles y cuáles no.



Indique también, de forma clara y ordenada, los resultados utilizados en el razonamiento, sin probarlos.

7. (*) Mediante las reducciones que sean apropiadas, demuestre que el siguiente problema es irresoluble:

   Para una máquina de Turing arbitraria M, con alfabeto de cinta Γ, y dado un símbolo $a \in \Gamma$, ¿escribirá M el símbolo a en la cinta alguna vez?

8. (*) Demuestre que el problema de correspondencia de Post sobre alfabetos de un solo símbolo es resoluble.