

# CÁLCULO

Boletín 0. O algunas cosas que debería saber perfectamente ...

1. ¿Son ciertas las siguientes igualdades?:

$$\frac{1}{3^2 + 2} = 0.091 \qquad \frac{\pi}{3} = 1.0472$$

De no ser ciertas, ¿cuál es la expresión más correcta en cada caso?

2. Calcula o simplifica cuando sea posible

$$a) \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \quad b) \frac{5 + \frac{8}{3}}{\frac{7}{5} + 1} - 2 \quad c) \frac{5^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{5}} \quad d) 3^{\frac{3}{2}} \sqrt{3} \quad e) 3^{\frac{3}{2}} 3^{\frac{1}{2}}$$

$$f) \ln(e) \quad g) \ln(e^2) \quad h) \ln(0) \quad i) \ln(-1)$$

$$j) e^0 \quad k) e^{-1} \quad l) e^{\ln(1)} \quad m) e^{\ln(e)}$$

$$n) 3^{\frac{3}{2}} + 3^{\frac{1}{2}} \quad \tilde{n}) \frac{\ln(5x)}{\ln\left(\frac{5}{x}\right)} \quad o) \frac{\ln(5+x)}{\ln(5-x)} \quad p) \ln[e^2 e^{\ln(5+x)} - \ln(5x)]$$

$$q) \ln \sqrt{2^3} \quad r) \ln \left( \frac{x^2 - 1}{x^3} \right)^3.$$

3. Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) \quad b) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) \quad c) \lim_{x \rightarrow e} \ln(x) \quad d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(x)$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \quad f) \lim_{x \rightarrow 0} e^x \quad g) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \quad h) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \quad j) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \quad k) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x} \quad l) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$m) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} \quad n) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \quad o) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \quad p) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 5x^2 + 8).$$

4. Racionaliza

$$a) \frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-3}} \quad b) \frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-3}} \quad c) \frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x+3}}.$$

5. ¿Cuáles de las siguientes funciones son polinomios?

$$a) f_1(x) = x^{\frac{2}{3}} + 6x^{-3} \quad b) f_2(x) = x^{\frac{2}{3}} - 6x^3$$
$$c) f_3(x) = \frac{x^4 + 6x^3}{x^2 + 6x - 7} \quad d) f_4(x) = x^4 + 6x^3$$

6. Calcula la inversa de las siguientes funciones.

a)  $f_1(x) = x^3$

b)  $f_2(x) = \tan(x)$

c)  $f_3(x) = e^x$

7. El siguiente conjunto de puntos  $A = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 5 < 7\}$ , es:

a)  $A = (4, +\infty)$

b)  $A = (-\infty, 4)$

c)  $A = (0, 4)$

d)  $A = (-\infty, 12)$

8. Calcula los siguientes conjuntos de puntos:

(a)  $B = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 3x + 2 > 6\}$

(b)  $C = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 5 < 7, x^2 - 3x + 2 > 6\}$

9. ¿Cuál es la relación entre los ángulos  $45^\circ$  y  $\pi$  radianes? ¿Cuánto vale en radianes  $30^\circ$ ?

Los ángulos se darán **SIEMPRE** en   (márquese la que proceda).

PISTA: Empieza por “r”.

10. Completa la siguiente tabla con los valores correspondientes

Ángulo	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
Seno								
Coseno								
Tangente								
Cotangente								
Secante								
Cosecante								

11. Simplifica las siguientes expresiones utilizando relaciones trigonométricas:

a)  $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi\right)}$

b)  $\sin\left(2\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)$

12. ¿Es cierto que  $\frac{1}{\tan(x)} = \arctan(x)$ ? ¿Por qué?

13. ¿Cuál es el dominio de la función  $f(x) = \arctan(x)$ ? ¿Y su imagen? ¿Cuáles son los ángulos cuya tangente vale 1? Sin embargo, ¿es correcto decir que  $\arctan(1) = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ? ¿Por qué?

14. Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a)  $f_1(x) = \sin(\pi x)$

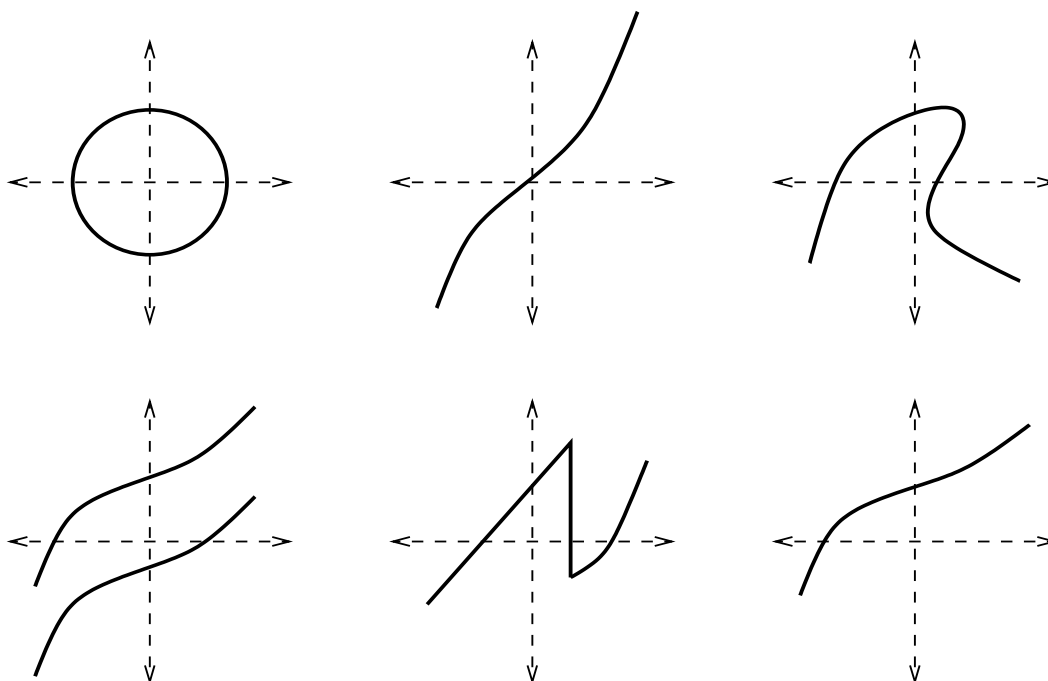
b)  $f_2(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\cos(\pi x)}$

c)  $f_3(x) = \frac{x \tan(x)}{x^3 + 1}$

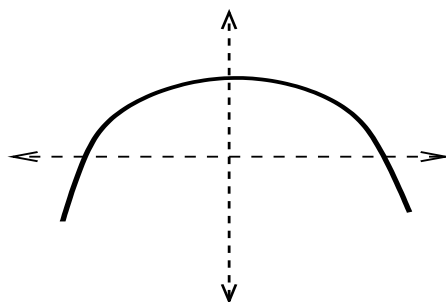
d)  $f_4(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sin(x) \ln(x)}$

e)  $f_5(x) = \ln\left(\frac{x^2 + 1}{\tan(x)}\right)$

f)  $f_6(x) = \frac{e^x \ln(x-1)}{\tan\left(\frac{e^x}{x^2 - 1}\right)}$



15. ¿Cuáles de los siguientes dibujos podrían representar el gráfico de una función? ¿Por qué?
16. Dibuja la gráfica de la función  $f$ , dada por  $f(x) = \tan x$ . ¿Cuál es su dominio? ¿Cuál es su imagen? ¿Cuánto vale  $\lim_{x \rightarrow \infty} \tan x$ ?
- Dibuja la gráfica de la función  $g$ , dada por  $g(x) = \ln x$ . ¿Cuál es su dominio? ¿Cuál es su imagen? ¿Cuánto vale  $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x$ ?
17. ¿Existe la inversa de la función que dibujamos a continuación? ¿Por qué?



18. Calcula la ecuación de la recta que pasa por el punto  $(2, -1)$  y tiene pendiente 3.
19. Calcula la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(1, -1)$  y  $(2, 3)$ .
20. Calcula la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(0, 2)$ ,  $(2, 1)$  y  $(4, -1)$ .
21. Para la ecuación  $x(x - 3) = 1$ , las soluciones son:

(a)  $x = 1$  y  $[x - 3 = 1 \implies x = 4]$

(b)  $x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

(c)  $x = 0$  y  $x = 3$ .

22. Resuelve la ecuación  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} = 3$ .

23. Resuelve la ecuación  $\sqrt{x-3} + 5 = x$ .

24. Resuelve la ecuación  $(x-3)(x^2 - 4x + 4) = 0$ .

25. Resuelve  $e^{x-3} = 30$ .

26. Calcula la ecuación de las circunferencias:

(a) de centro  $(0, 0)$  y radio 2

(b) de centro  $(1, 2)$  y radio 3

(c) de centro  $(-1, 2)$  y radio 4.

27.  $y = 2x^2$  es una

a) Circunferencia,

b) Recta,

c) Parábola,

d) Hipérbola.

28. Una solución de la ecuación  $(x-3)^4 + \sqrt{x+1} + (x-82) = 0$  es:

a)  $x = 1$ ,

b)  $x = 0$ ,

c)  $x = \sqrt[4]{\frac{2}{3}}$ ,

d)  $x = \ln \frac{2}{3}$ .