

# REGIMEN PERMANENTE SENOIDAL

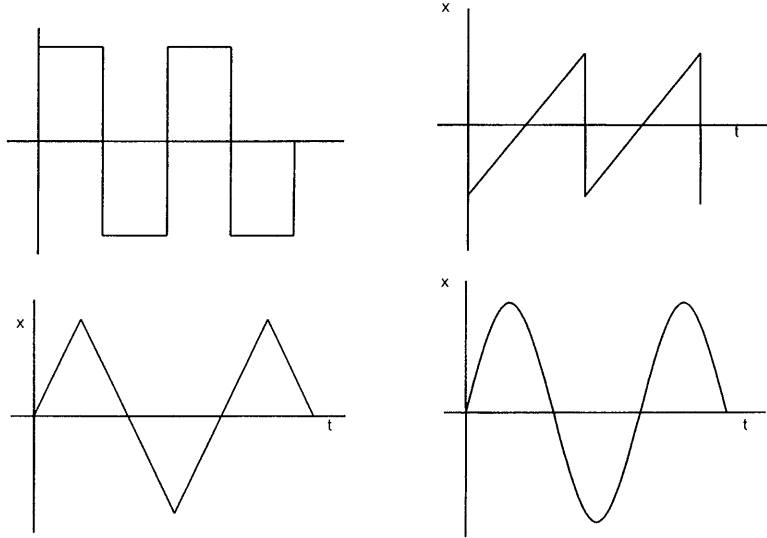
## CIRCUITOS EN ALTERNA

### ALTERNA

- Señal
  - Periódica
  
  - No periódica
  
- Señal periódica
  - Alterna
  
  - Compuesta

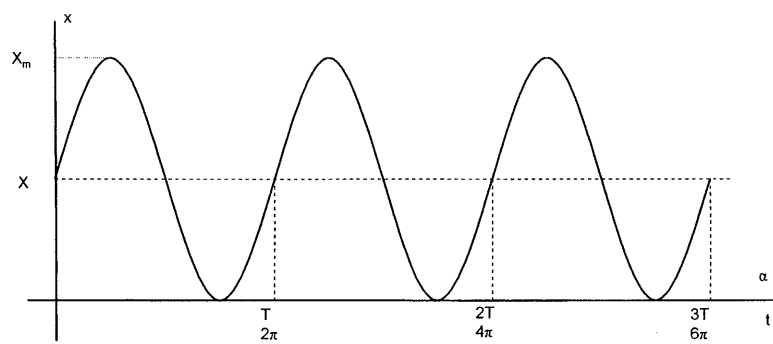
## ALTERNA

- Señales alternas puras



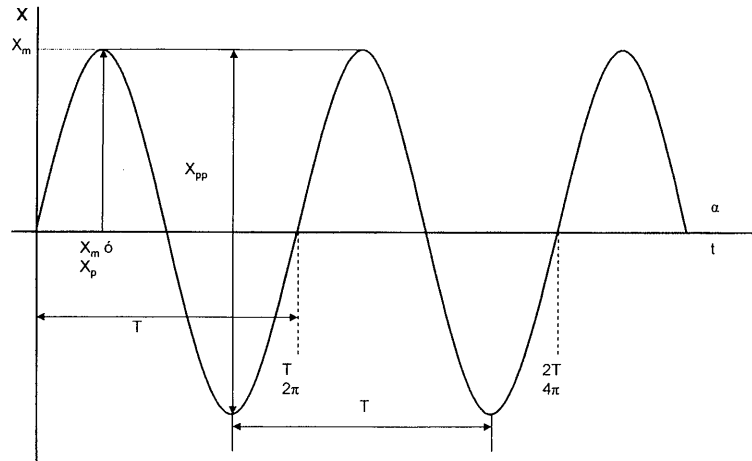
## ALTERNA

- Señales compuestas



## ALTERNA

- Señal alterna senoidal

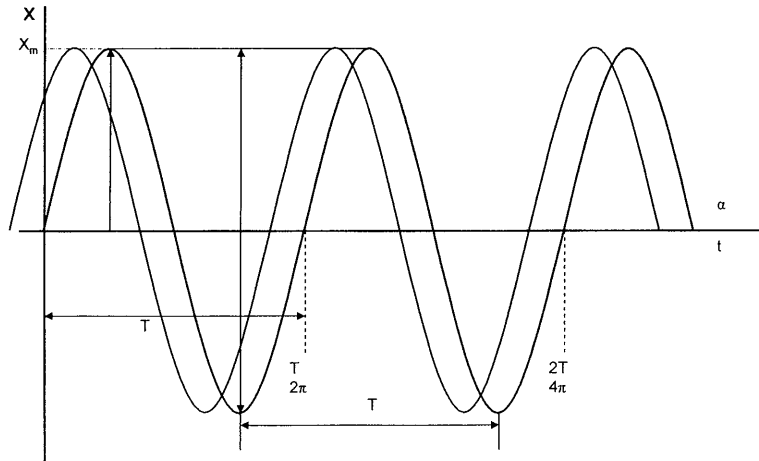


## ALTERNA

- Parámetros
  - Valor instantáneo
  - Periodo
  - Frecuencia
  - Pulsación
  - Valor máximo
  - Valor pico a pico
  - Desfasaje
  
  - Valor medio o de continua
  
  - Valor eficaz o rms

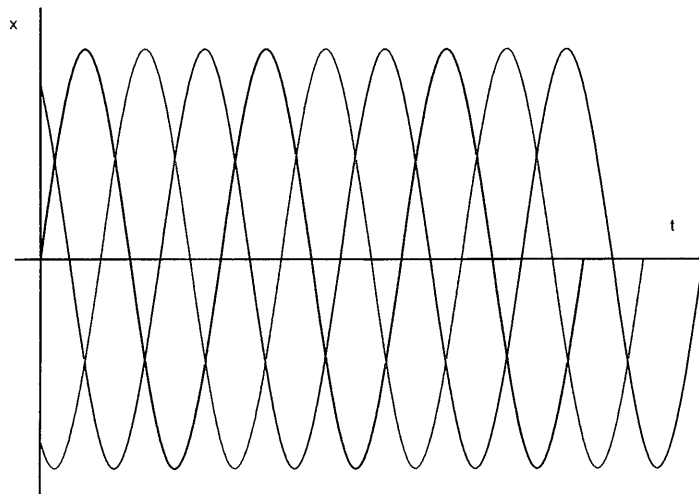
## ALTERNA

- Señales desfasadas



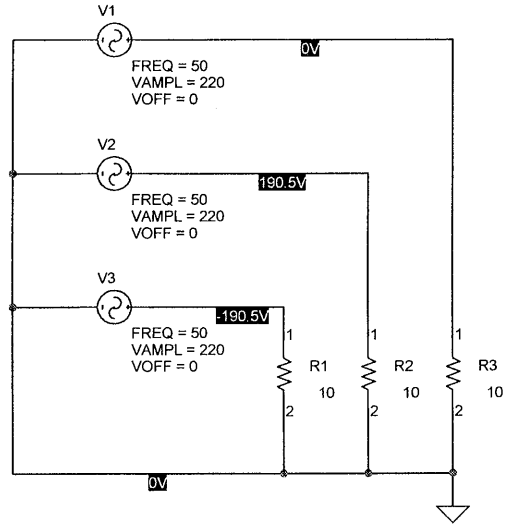
## ALTERNA

- Señal alterna trifásica. Tres señales desfasadas  $120^\circ$



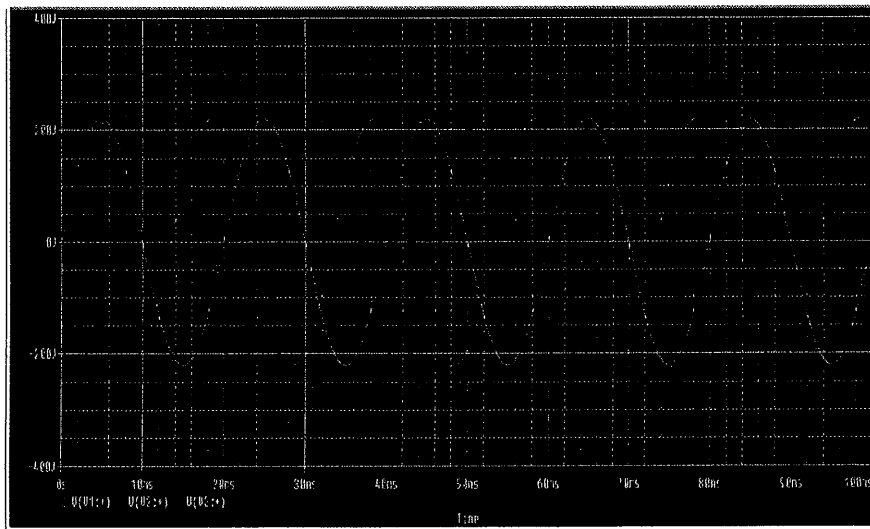
## ALTERNA

- Generador trifásico



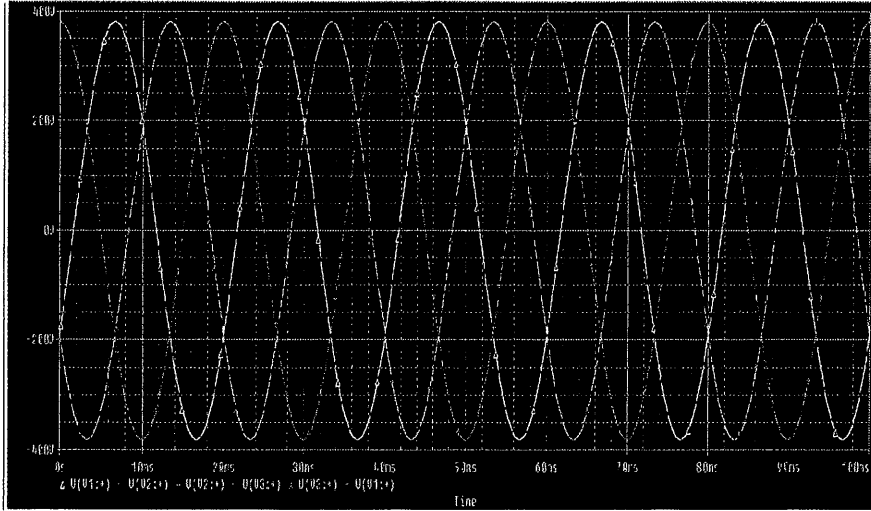
## ALTERNA

- Tensiones fase-neutro



## ALTERNA

- Tensiones entre fases



## ALTERNA

- Respuesta senoidal
  - Respuesta TRANSITORIA
  - Respuesta PERMANENTE
- Características de la respuesta permanente
  - La solución de estado permanente también es senoidal
  - La frecuencia de la señal de respuesta es la misma que la de la fuente
  - La amplitud de la respuesta, en general difiere de la de la fuente
  - El ángulo de fase de la respuesta difiere del de la fuente

## ALTERNA

- EI FASOR

- Identidad de EULER

$$Ae^{j\phi} = A \cos \phi + jA \sin \phi$$

- Dominio del tiempo

$$x(t) = X_m \text{sen}(wt + \phi)$$

- Dominio de la frecuencia. Fasor

$$V = V_m e^{j\phi}$$

- Se pierde la información del tiempo.
- La respuesta depende en general de "w"
- La utilización de fasores es útil para el análisis de circuitos

## ALTERNA

- Aplicación a la suma de funciones senoidales de la misma frecuencia

$$v = v_1 + v_2 + \dots + v_n = V_1 \text{sen}(wt + \phi_1) + V_2 \text{sen}(wt + \phi_2) + \dots + V_n \text{sen}(wt + \phi_n)$$

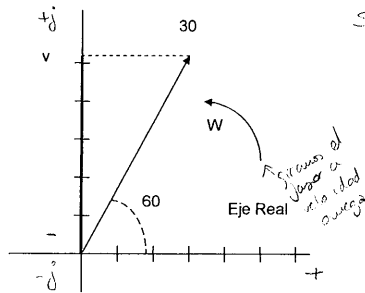
$$Ve^{j\phi} = V_1 e^{j\phi_1} + V_2 e^{j\phi_2} + \dots + V_n e^{j\phi_n}$$

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

## ALTERNA

- Paso de un dominio a otro
- Representación FASORIAL

Eje Imaginario

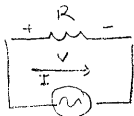


$$30 \angle 60 = 30 e^{j60}$$

Suponiedo un caso:  
 $30 \text{ sen}(wt + 60)$

## ALTERNA

- Generador senoidal conectado a una R



$$V = V_m \text{ sen}(wt + \phi_v)$$

$$i = \frac{v}{R} = \frac{V_m}{R} \text{ sen}(wt + \phi_v) = I_m \text{ sen}(wt + \phi_i)$$

$$I_m = \frac{V_m}{R} \quad \phi_i = \phi_v$$

en fasores:

$$V = V_m \angle \phi_v \quad I = I_m \angle \phi_i$$

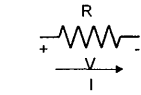
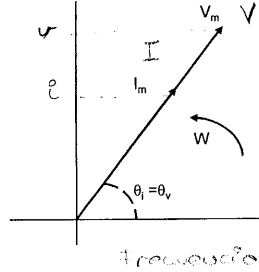
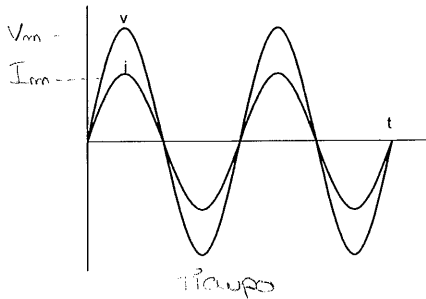
$$I = \frac{V}{R} = I_m e^{j\phi_i} = I_m \angle \phi_i = \frac{V_m \angle \phi_v}{R} = \frac{V_m}{R} \angle \phi_v$$

$$I_m = \frac{V_m}{R} \quad \phi_i = \phi_v$$



## ALTERNA

- Representación en el dominio del tiempo y de la frecuencia

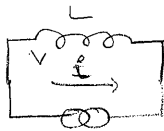


$\omega = 2\pi \text{ rad/tiempo}$

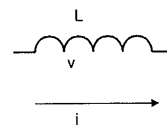
vuelta  
↓  
período de la señal

## ALTERNA

- Generador senoidal conectado a una L



$v = L \frac{di}{dt}$



$j\omega L = Z_L$

↓  
impedancia inductiva de la bobina

- Seno complejo Imaginario  
- Coseno complejo parte Real

$\text{Im}g \Rightarrow$  parte imaginaria

$i = I_m \text{ sen}(\omega t + \phi_i)$

$I = I_m e^{j\phi_i}$

$i = \text{Im}g ( I_m e^{j\phi_i} e^{j\omega t} )$

$v = V_m \text{ sen}(\omega t + \phi_v)$

$v = \text{Im}g ( V_m e^{j\phi_v} e^{j\omega t} )$

$V_m e^{j\phi_v} e^{j\omega t} = L I_m e^{j\phi_i} e^{j\omega t}$

$V = Z_L I$

$\Rightarrow$  para su caso  $v \in I$   
pero  $Z_L$  no es un valor

ángulo de fase complejo  
→ módulo de  $Z_L$

$V_m \angle \phi_v = |Z_L| \angle \phi_i I_m \angle \phi_i$

$V_m = I_m |Z_L| = I_m X_L \angle \phi_v = \phi_i + 90$

$V_m = I_m \cdot X_L = I_m \cdot \omega L$

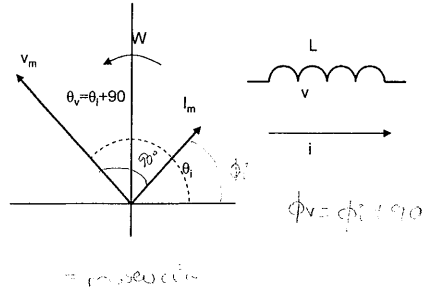
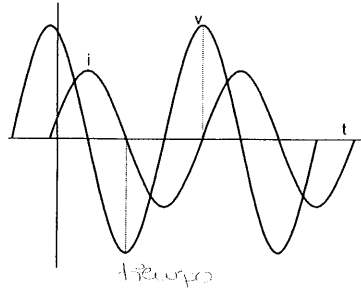
depende de  $\omega$ , si aumenta  $\omega$   
aumenta la tensión en la bobina

$V_m = I_m \cdot \omega L$

La tensión va adelantada a la corriente

## ALTERNA

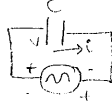
- Representación en el dominio del tiempo y de la frecuencia



Valores reales, de los circuitos  
Valores reales, del circuito

## ALTERNA

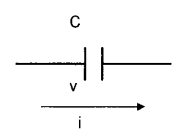
- Generador senoidal conectado a una C



$$q = C \cdot v \quad i = C \frac{dv}{dt}$$

$$v = V_m \cos(\omega t + \phi_v)$$

$$i = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$$



por ejemplo  $\Rightarrow$

$$v = V_m e^{j\phi_v} e^{j\omega t}$$

$$i = I_m e^{j\phi_i} e^{j\omega t}$$

$$I_m e^{j\phi_i} e^{j\omega t} = j\omega C V_m e^{j\phi_v} e^{j\omega t}$$

$$I_m = j\omega C V_m = \frac{V_m}{\frac{1}{j\omega C}}$$

$$j\omega C = \frac{1}{Z_C} \quad \frac{1}{\omega C} = X_C$$

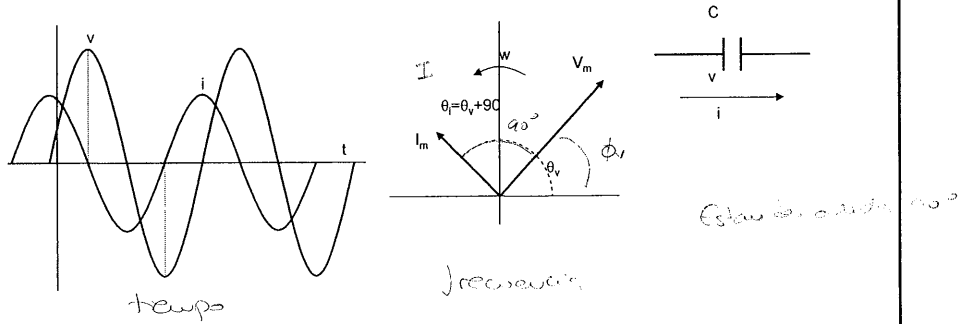
$$I_m e^{j\phi_i} = \frac{V_m e^{j\phi_v}}{Z_C} = \frac{V_m e^{j\phi_v}}{X_C \angle -90^\circ} = \frac{V_m}{X_C} \angle \phi_v - (-90^\circ) = \frac{V_m}{X_C} \angle \phi_v + 90^\circ$$

$$I_m = \frac{V_m}{X_C} \quad \phi_i = \phi_v + 90^\circ$$

La intensidad va adelantada con respecto a la tensión.

## ALTERNA

- Representación en el dominio del tiempo y de la frecuencia



## ALTERNA

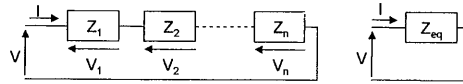
- IMPEDANCIA Y REACTANCIA

ELEMENTO DEL CIRCUITO	IMPEDANCIA	REACTANCIA
<b>Resistencia</b>	<b>R</b>	<b>0</b>
<b>Inductancia</b>	<b><math>j\omega L</math></b>	<b><math>X_L = \omega L</math></b>
<b>Condensador</b>	<b><math>1/j\omega C</math></b>	<b><math>X_C = 1/\omega C</math></b>

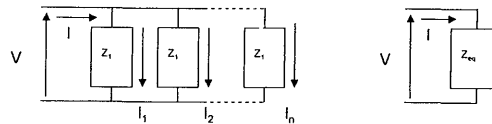
## ALTERNA

- Combinación de impedancias

- SERIE

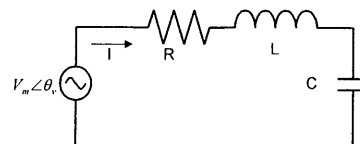


- PARALELO



## ALTERNA

- Circuito RLC serie

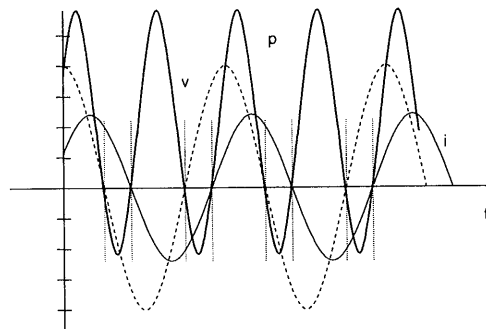


## ALTERNA

- Circuito RLC serie. Resonancia

## ALTERNA

- Potencia



### ALTERNA

- El transformador ideal

$$\phi \quad V_i = \frac{d\phi}{dt}$$

$$V_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

$$V_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Si aplico una tensión en  $V_1$  aparece una corriente en  $V_2$ .  
 Cu el transformador muy idealizado,  $R \neq 0$   
 se pierde energía  $V=I \cdot R$ .  
 Usando un material que no se pierda nada:  $V_1 I_1 = V_2 I_2$   
 la energía perdida no se acumula en los bobinados en  $V_2$

Primario bobina de  $N_1$  se aplica tensión  
 Secundario bobina de  $N_2$  se aplica tensión

Hacemos dos bobinados independientes.  
 Separación muy grande entre los dos bobinados. En los entrecircuitos.  
 A una bobina le aplicamos una tensión que varía con el tiempo y aparece una corriente que varía con el tiempo.

Ferrita tiene un peso y un volumen muy reducido.  
 ← cablete para evitar sacar el bobinado al darle vueltas  
 hilo de cobre aislado del núcleo (a este hilo se le da una capa de barniz)

$$V_1 = 220V$$

$$n = 10$$

$$\frac{220}{V_2} = 10 \quad V_2 = 22V \text{ efectiva}$$

$n > 1$  para abajarla  $V_1 > V_2$  entonces es un transformador reductor (ver en el apartado que con los circuitos)

$V_1 < V_2$  elevador  $n = 1$

### ALTERNA

- Filtros pasivos
  - Paso bajo

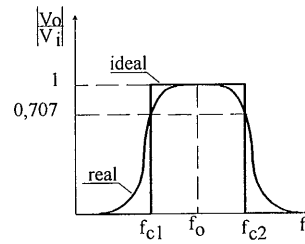
- Paso alto

$f_c$  → frecuencia de corte del filtro

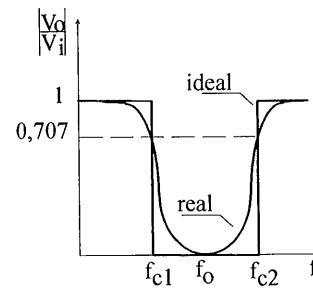
## ALTERNA

- Filtros pasivos

- Paso banda



- Banda eliminada



## ALTERNA

- Una corriente senoidal de amplitud máxima 20A, tiene un periodo de 1ms. En  $t=0$  el valor de la intensidad es de 10A.

- a.- Valor de la frecuencia de la señal
- b.- Valor de la pulsación
- c.- Escribir  $i(t)$  utilizando la función coseno
- d.- Valor eficaz de la corriente

## ALTERNA

- Si  $v_1=40\cos(\omega t+30^\circ)$  y  $v_2=30\cos(\omega t-45^\circ)$ , obtener la expresión de  $v=v_1+v_2$  utilizando fasores

## ALTERNA

- Determinar el fasor de las funciones siguientes:
  - A.-  $v=100\text{sen}(\omega t-60^\circ)$
  - B.-  $i=[10\text{sen}(\omega t+36,87^\circ)+15\text{sen}(\omega t-53,13^\circ)]\text{A}$
  
- Determinar la expresión en el dominio del tiempo correspondiente a los fasores siguientes:
  - A.-  $V=25\angle 48^\circ\text{V}$
  - B.-  $V=(15\angle 50^\circ + 15\angle 35^\circ)\text{mV}$
  - C.-  $I=20+j30-15\angle 20^\circ\text{mA}$



### ALTERNA

- Cuatro ramas terminan en un nudo común. La dirección de la corriente de cada rama,  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ ,  $i_4$  es hacia el nudo. Calcular  $i_4$ .
- $i_1=100\cos(\omega t+25^\circ)$   $i_2=100\cos(\omega t+145^\circ)$  e  $i_3=100\cos(\omega t-95^\circ)$

### ALTERNA

Un circuito formado por dos ramas en paralelo esta alimentado por un generador de intensidad senoidal  $i=10\sin(200.000t)$ A. Una rama esta formada por una resistencia de 10 Oh y la otra por la combinación serie de una resistencia de 6 Oh y una inductancia  $10\mu\text{H}$ .

- a.- Construir el circuito en el dominio del tiempo
- b.- Construir el circuito en el dominio de la frecuencia
- c.- Obtener los valores de la intensidad por cada rama y la tensión en extremos del generador

### ALTERNA

Una resistencia de  $20 \Omega$  se conecta en paralelo con una bobina de  $5\text{mH}$ . Esta combinación paralelo se conecta en serie con una resistencia de  $5 \Omega$  y un condensador de  $25\mu\text{F}$ .

- a.- Calcular la impedancia de esta interconexión si  $\omega$  es de  $2\text{Krad/seg}$
- b.- Repita "a" para una  $\omega=8\text{Krad/seg}$
- c.- ¿A que frecuencia finita la impedancia se vuelve puramente resistiva?
- d.- Calcular la impedancia en las condiciones del apartado anterior

### ALTERNA

Tres ramas de impedancias  $3+j4$ ,  $16-j12$  y  $-j4$  se conectan en paralelo. Calcular

- a.- Admitancia, conductancia y susceptancia
- b.- Si se excita con una fuente  $i=8\text{sen}(\omega t)$  calcular la corriente por cada rama.

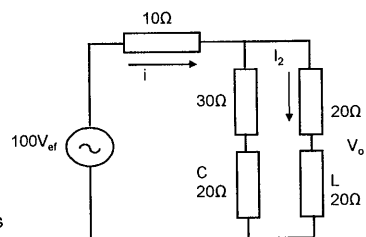
## ALTERNA

- La señal  $v = 10 + 6\text{sen } 10\pi t$  se conecta a la entrada de un transformador elevador de relación de transformación  $n=10$ . Dibuja el circuito y calcula la expresión de la señal del secundario del transformador.

## ALTERNA

En el circuito de la figura, si el valor del generador está dado en voltios eficaces, la reactancia del condensador y de la inductancia es de  $20\Omega$ , calcular:

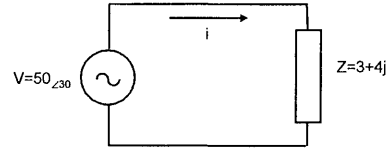
- Impedancia equivalente
  - Fasor de  $i$
  - Valor instantáneo de  $i$
  - Valor de  $V_o$
  - Valor de  $I_2$
  - Potencia activa
  - Potencia reactiva
  - Potencia aparente
  - ¿Está en resonancia el circuito? Razona la respuesta
- Nota: Indicar si los valores dados son eficaces o máximos



## ALTERNA

En el circuito de la figura, si el valor del generador está dado en voltios eficaces, calcular:

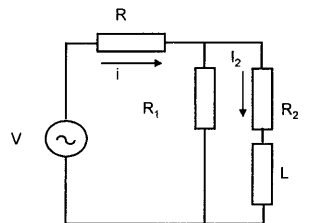
- Fasor de  $i$
- Valor instantáneo de  $i$
- Potencia activa
- Potencia reactiva
- Potencia aparente



## ALTERNA

En el circuito de la figura, si el valor el generador está dado por  $V = 100\text{sen}(1000t - 30)$ ,  $R = 10\Omega$ ,  $R_1 = 30\Omega$ ,  $R_2 = 20\Omega$  y  $L = 30\text{mH}$ , calcular

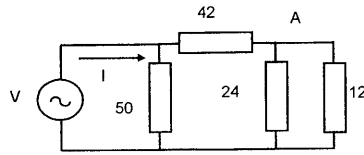
- Impedancia equivalente
- Fasor de  $i$
- Valor de  $V_o$
- Valor de  $I_2$
- Potencia activa



## ALTERNA

En el circuito de la figura, suponiendo un generador de alterna senoidal de 100V, valores de resistencias en ohmios y frecuencia 100Hz. Calcular:

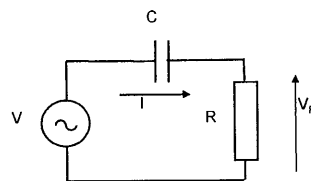
- Valor de  $I$
- Valor del desfasaje entre  $V$  e  $I$
- Valor de  $V_A$



## ALTERNA

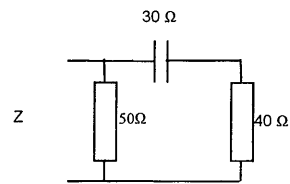
En el circuito de la figura, suponiendo un generador de alterna senoidal  $v=50\text{sen}(100t+30)$  la resistencia es de 30 ohmios y el condensador tiene una reactancia de 40 ohmios. Calcular:

- Fasor del generador
- Fasor de la intensidad
- Potencia disipada en el circuito
- Desfasaje entre  $V$  e  $I$
- Valor del condensador



## ALTERNA

Calcula la impedancia Z del circuito de la figura



## ALTERNA

Un circuito serie RLC tiene una resistencia de 30 ohmios, autoinducción L y capacidad C. Se conecta a un generador de 100V. Calcular

- Valor de la tensión en la resistencia para una pulsación de 0 rad/seg
- Valor de la tensión en la resistencia para una pulsación de  $\infty$  rad/seg
- Valor de la tensión en la resistencia para la pulsación de resonancia
- Relación entre L y C en resonancia
- Fasor de I en resonancia