TEMA 6: ASPECTOS BÁSICOS DE LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS

RESUMEN DE LOS ASPECTOS TEÓRICOS EXPLICADOS EN CLASE

NOTA: este resumen enuncia los aspectos básicos del tema. No constituye pues el contenido estricto de la materia, sino sólo una guía para facilitar su estudio.
El alumno profundizará, conocerá y sabrá analizar cada una de las cuestiones aquí mencionadas, de acuerdo con las explicaciones y el material utilizado por cada profesor en su grupo.

- Un capital financiero es un número de unidades monetarias referidas a su momento de disponibilidad o vencimiento.

- Una operación financiera es un intercambio de capitales financieros.
  - Intervienen dos sujetos: prestamista (el que entrega el primer capital) y prestatario (el que lo recibe).
  - El capital que entrega el prestamista es la prestación y el que entrega el prestatario es la contraprestación.
  - El intercambio de capitales se establece a un TI y de acuerdo con una ley financiera.

- La ley financiera es una función matemática que transforma un capital en otro financieramente equivalente referido a otro instante de tiempo.
  - Capitalizar: obtener un capital financieramente equivalente a otro con un vencimiento posterior.
  - Descontar: obtener un capital financieramente equivalente a otro con un vencimiento anterior en el tiempo.
- Las dos leyes financieras más utilizadas son la ley simple y la ley compuesta. En la ley simple los intereses no se van incorporando al principal para producir nuevos intereses, mientras que en la compuesta sí.
  - **Ley simple:** Capitalización: $Cn = Co\ (1+ n\cdot i)$ $I = Co \cdot n\cdot i$
    Descuento (simple racional): $Co = Cn / (1+ n\cdot i)$
    Descuento (simple comercial): $Co = Cn - Cn\cdot n\cdot i$ (El utilizado en la práctica bancaria)
  - **Ley compuesta:** $C_n = C_O\ (1+ i)^n$
    $C_O = C_n \cdot (1+ i)^{-n}$
  - Si hubiese cambio de tipo, hay tantos factores de capitalización (o descuento) como tipos diferentes, cada uno de ellos elevado a su período de vigencia: $C_n = C_O\ (1+ i)^f (1+ j)^g (1+ k)^h$, en donde n=f+g+h. El cambio de tipo sólo se verá en la ley compuesta.

- En toda operación financiera, prestación y contraprestación han de ser **financieramente equivalentes**: fijado un tipo de interés y de acuerdo con una ley financiera, el valor de la prestación en cualquier instante de tiempo de la operación ha de ser igual al valor de la contraprestación en ese mismo instante de tiempo.
- La capitalización es fraccionada si en vez de aplicarse el tipo de interés una vez al final de cada año, éste se divide en subperíodos y se aplica el tipo de interés fraccionado cada uno de estos subperídos. En la ley simple esto no afecta al resultado, pero en la ley compuesta, sí. En este caso se ha de operar con el tipo fraccionado y con el período de la operación expresando en dicha fracción de año elevado a n·m períodos.
- Se denominan:
  - **TI nominal anual** (J_m): tipo de interés anual capitalizable, pagadero o fraccionado m veces al año.
  - **TI m-ésimo (i_m):.** Tipo de interés correspondiente al subperíodo m en el que se ha dividido el año. Se halla dividiendo el nominal anual entre m:
    $\mathbf{i_m = J_m/m}$
  - Se puede hallar un tipo de interés anual financieramente equivalente al m-ésimo. A este tipo se le denomina **TI efectivo anual** y se denota por **(i)** y se calcula por la fórmula siguiente:

$$i = (1 + i_m)^m - 1$$

Rentas:

- Una renta es una sucesión de capitales con distintos vencimientos.
- El valor actual de una renta es un único capital financieramente equivalente a la renta valorado en t=0.

$$V_0 = C_1(1+i)^{-1} + C_2(1+i)^{-2} + C_3(1+i)^{-3} + \ldots\ldots\ldots + C_n(1+i)^{-n} =$$
$$= \sum_{t=1}^{n} C_t(1+i)^{-t}$$

Si la renta es constante se simplifica a la expresión:

$$Vo = C \cdot \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] = C \cdot a_{n\neg i}$$

- El valor final de una renta es un único capital financieramente equivalente a toda la renta y valorado en t= n.

$$V_n = C_1(1+i)^{n-1} + C_2(1+i)^{n-2} + C_3(1+i)^{n-3} + \ldots\ldots\ldots + C_{n-1}(1+i)^{1} + C_n =$$
$$= \sum_{t=1}^{n} C_t(1+i)^{n-t}$$

Si la renta es constante se simplifica a la expresión:

$$Vn = C \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = C \cdot S_{n\neg i}$$

- Si la renta es fraccionada (mensual, trimestral). El tipo de interés nominal anual se considera nominal capitalizable con la mima periodicidad que la renta de la operación. Así, dada una renta k-ésima (Ck). Si el tipo es anual $\Rightarrow$ Jk$\Rightarrow$ ik =Jk/k
- Si la renta es perpetual, el Valor actual se calcula dividiendo el importe de la renta entre el TI aplicado.

$$Vo = \frac{C}{i}$$

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:

BOEDO VILABELLA, LUCÍA (2009): Las fuentes financieras de la empresa. Editorial Netbiblo.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

RODRÍGUEZ OSÉS, E. y RUÍZ CABESTRE, F.J. (2000): Valoración de operaciones financieras. Editorial Cívitas.

CAMACHO PEÑALOSA, E. y OTROS (1997): Problemas de matemáticas financieras. Editorial Pirámide.

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

TEMA 6. ASPECTOS BÁSICOS DE LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS

BOLETÍN DE EJERCICIOS

PARTE 1: TRABAJO CON LAS LEYES FINANCIERAS CON UN ÚNICO CAPITAL Y COMPRENDO LO QUE ES UNA OPERACIÓN FINANCIERA Y UNA EQUIVALENCIA DE CAPITALES.

1. Plantee una operación financiera entre los capitales (800; 0) y (1.000;3) con un TI del i anual Ponga ejemplos con los que se pueda corresponder en la realidad. ¿Qué leyes financieras se pueden aplicar? ¿Cuál sería más conveniente en cada ejemplo que ha propuesto?
2. Haga una tabla a 4 años de partiendo de 2.000 u.m. del momento actual en la que muestre cómo se va modificando este capital por la ley simple al 5% anual
3. Haga lo mismo para la ley compuesta
4. ¿A qué tipo de interés son equivalentes (800; 0) y (952,82; 3)? Utilice la ley compuesta.
5. Halle el equivalente hoy de 500€ del año 3, aplicando la ley simple comercial y racional y utilizando un tipo de interés del 4%. Compare los resultados.
6. Nos prestan 5.000 € al 6% anual y acordamos devolverlos dentro de 3 años con un único pago. Haga la operación con las dos leyes financieras y compare resultados.
7. Diga si las operaciones de los dos ejercicios anteriores son de descuento o de capitalización.
8. Dentro de 4 años tenemos que hacer frente a una deuda de 10.000 €, ¿cuánto tengo que despositar hoy en una cuenta que opera al 6% anual (compuesto), para tener dicho montante al final de los 4 años?
9. Al finalizar el primer año de funcionamiento de la cuenta, nuestro acreedor nos informa que nos condona el 25% de la deuda, ¿cuánto puedo retirar en ese momento?
10. Capital equivalente dentro de 8 años de 1.000 € del momento actual si se aplica el 5% durante 3 años y el 8% durante 5 años.

PARTE 2: CAPITALIZACIÓN FRACCIONADA EN LA CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

11. Montante final dentro de 4 años de 1.000 € hoy si se aplica el 9% anual
12. Montante final dentro de 4 años de 1.000 € hoy si se aplica el 9% anual capitalizable semestralmente
13. Montante final dentro de 4 años de 1.000 € hoy si se aplica el 9% anual capitalizable mensualmente
14. Halle el coste efectivo anual de los ejercicios anteriores.
15. Montante final de 1.000 € hoy si se aplica el 9% los 4 primeros año y el 15% los 5 siguientes.
16. Suponga que el TI es aplicado en ambos casos con frecuencia semestral
17. Suponga que durante el primer tramo de la operación se aplica el TI mensualmente y durante el segundo tramo semestralmente.

PARTE 3: TRABAJO CON VARIOS CAPITALES AL MISMO TIEMPO Y CON RENTAS

18. Hallar un único capital equivalente a los tres siguientes: C2=300, c3=500 y c5=800 y disponible hoy.
19. Disponible en el año 7
20. Disponible en el año 3
21. Sean los capitales siguientes (100,2) (300,3), (800,4), (500,5), ¿se trata de una renta?
22. Halle el valor final e inicial para un TI del 8% anual
23. Suponga que el Ti es aplicable trimestralmente
24. Halle el valor inicial y final de una renta anual de 500 u.m. y duración 8 años para un TI del 8%
25. Suponga que durante los 3 últimos años el TI pasa a ser del 105 anual
26. Halle el valor inicial y final de una renta mensual de 200 u.m. y duración 8 años para un TI del 12%