

# CÁLCULO

## Boletín III. Series

### Ejercicios básicos

1. Sea la sucesión de término general:

$$a_n = \begin{cases} \frac{1}{2^n}, & \text{si } n \text{ es par} \\ \frac{n}{2^n}, & \text{si } n \text{ es impar.} \end{cases}$$

Demuestra que existe el límite  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ , pero no existe  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ .

2. Tras una inversión, el capital acumulado tras  $n$  meses viene dado por la sucesión de término general:

$$A_n = P \left( 1 + \frac{R}{12} \right)^n,$$

donde  $P$  es el capital inicial y  $R$  es la tasa de interés compuesto. ¿Es convergente la sucesión?

3. Calcula el límite:

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+4}{3n} \right)^{2n+5}.$$

*Solución:*  $e^{8/3}$

4. **(FEB00)**

(a) Estudia la convergencia de:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt{(1+4n)5^n}} x^n$ . *Solución:* converge en  $[-\sqrt{5}/2, \sqrt{5}/2)$

(b) Usando el apartado anterior, aproxima la suma de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{1+4n}}$  con un error menor que 0.2, indicando si la aproximación es por defecto o por exceso. *Solución:* por exceso

5. **(FEB03)** Se considera:

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}).$$

(a) Comprueba que  $S \in \mathbb{R}$ .

(b) Escribe un programa en MATLAB para aproximar  $S$  con un error menor que un número prefijado.

6. Estudia la convergencia de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)!}$$

7. Estudia la convergencia de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 x}.$$

*Solución:* converge si  $x > 0$

8. Estudia si la suma  $1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$  es finita.

9. Sea  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{(2n)!}$ . Calcula el dominio de  $f$ .

*Solución:*  $\mathbb{R}$

10. (**JUN98**) Estudia razonadamente la convergencia de la serie de potencias:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} x^n$$

en los extremos de su intervalo de convergencia. *Solución:* Converge en  $x = 1$ , pero no en  $x = -1$

11. (**SEP00**) Calcula el dominio de la función dada por  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5n)!}{n^n} (x+4)^n$ . *Solución:*  $\{-4\}$