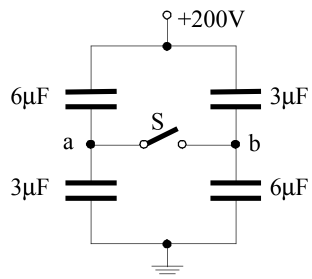
1. Los condensadores de la figura están inicialmente descargados y se hallan conectados como indica el esquema, con el interruptor S abierto. Se pide:

a) ¿Cuál es la diferencia de potencial V_{ab}?

b) ¿Y el potencial del punto b después de cerrado S?

c) ¿Qué cantidad de carga fluye a través de S cuando se cierra?

R: a) 66,7 V b) 100 V c) 300 μC.



a) Los condensadores C_1= 6 μF y C_2= 3 μF de cada rama están en serie y su capacidad equivalente es:

$$C_s = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{6\mu F.3\mu F}{6\mu F + 3\mu F} = 2\mu F$$

Entonces la carga del condensador equivalente sometido a 200 V vale:

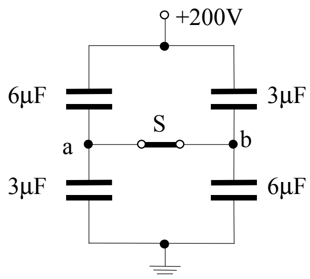
$$Q = C_s V = 2\mu F.200V = 400\mu C$$

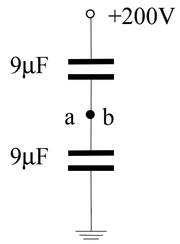
que es la misma carga de los condensadores C_1 y C_2 de la serie (ya que, en una conexión de condensadores en serie, todos tienen la misma carga). Podemos entonces obtener las tensiones V_a y V_b que corresponden a las tensiones de los condensadores de abajo:

$$V_a = \frac{Q}{C_2} = \frac{400}{3}V \qquad V_b = \frac{400}{6}V$$

y la d.d.p. (diferencia de potencial) pedida V_{ab}:

$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{400}{3} - \frac{400}{6} = \underline{\frac{400}{6}V}$$





b)

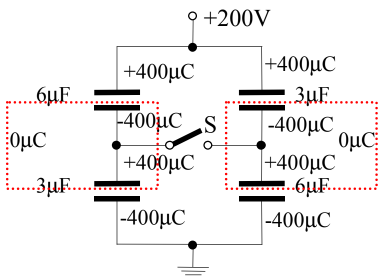
Los 2 condensadores de la mitad superior están en paralelo, y lo mismo los dos de la mitad inferior. La capacidad equivalente de cada par será entonces:

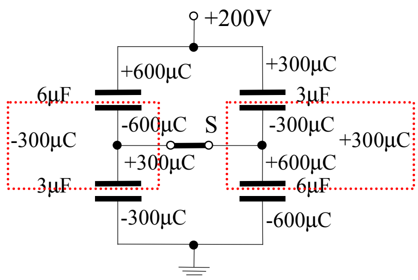
$$C_p = C_1 + C_2 = 6\mu F + 3\mu F = 9\mu F$$

Dado que las dos capacidades equivalentes están en serie y son del mismo valor, cada una recibirá la mitad de la tensión, o sea:

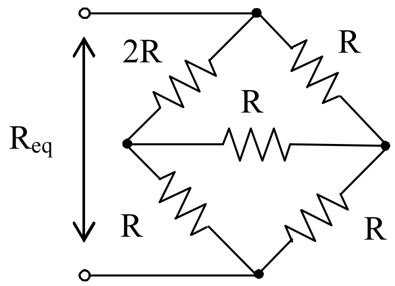
$$V_b = \frac{200}{2} = \underline{100V}$$

c) Hay que observar la distribución de carga antes y después de cerrar S a cada lado del interruptor. Con S abierto los 4 condensadores están cargados a 400μC y la carga neta a cada lado de S es cero (ver la figura de abajo a la izquierda). Con S cerrado, cada uno de los 4 condensadores tiene 100 V de tensión, entonces $Q_{6\mu F}$ = 6·100 = 600 μC y $Q_{3\mu F}$ = 3·100 = 300 μC, la carga neta a cada lado es –300 μC (izquierda) y +300 μC (derecha) y, por tanto, la carga que fluye a través de S es <u>300μC</u>.

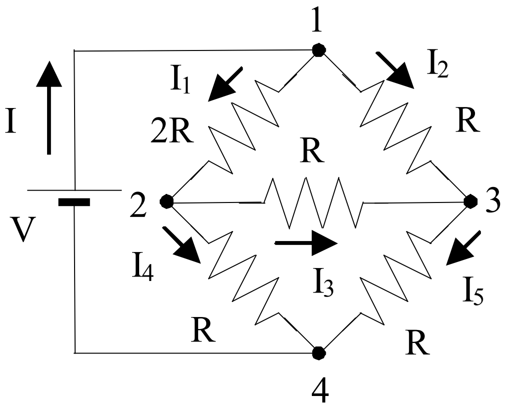




7. Determinar la resistencia equivalente R_{eq} de la red de la figura si R= 1 Ω.



R: 13/11 Ω.



No podemos aplicar asociación serie ni paralelo, por lo que usaremos la definición de Resistencia equivalente aplicando una fuente de tensión V y determinando la intensidad de corriente I que suministra en función de V:

Para el análisis de esta red aplicamos las reglas de Kirchhoff:
Ecuaciones de nudo linealmente independientes: (n-1)= 3

$$nudo1: I = I_1 + I_2 \rightarrow I_1 = I - I_2$$

$$nudo2: I_4 = I_1 - I_3 = I - I_2 - I_3$$

$$nudo3: I_5 = I_2 + I_3$$

Ecuaciones de malla linealmente independientes: r-(n-1)= 6-3= 3

$$malla4-1-2-4: -V + I_1 2R + I_4 R = 0$$

$$malla2-1-3-2: -I_1 2R + I_2 R - I_3 R = 0$$

$$malla4-2-3-4: -I_4 R + I_3 R + I_5 R = 0$$

Sustituyendo en estas ecuaciones de malla las expresiones de I_1, I_4 e I_5 y R= 1:

$$V = 3I - 3I_2 - I_3$$

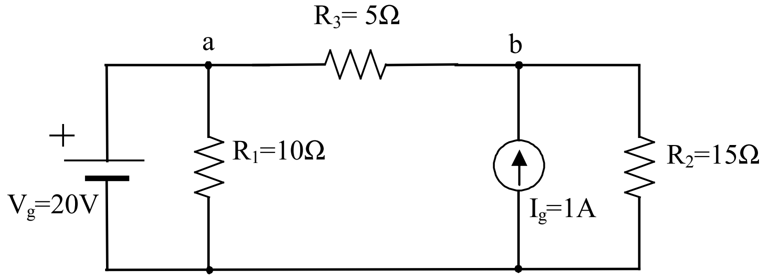
$$0 = -2I + 3I_2 - I_3$$

$$0 = -I + 2I_2 + 3I_3$$

y aplicando la regla de Cramer:

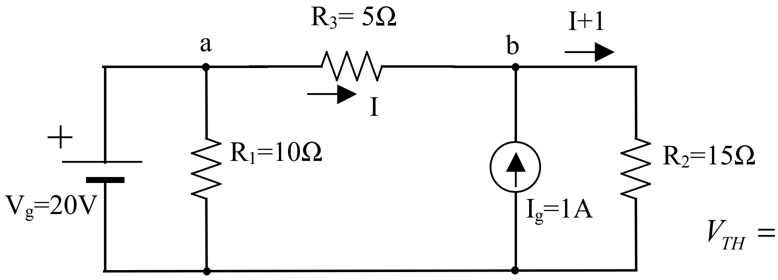
$$I = \frac{\begin{vmatrix} V & -3 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -3 & -1 \\ -2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{11V}{13} \rightarrow R_{eq} = \frac{V}{I} = \underline{\frac{13}{11}\Omega}$$

14. En el circuito de la figura se pide determinar:
   a) Equivalente Thévenin entre los puntos a y b.
   b) Equivalente Norton entre los puntos a y b.
   c) Comprobar que los circuitos equivalentes obtenidos en los apartados a y b son a su vez generadores equivalentes.
   d) Potencia entregada por los generadores y absorbida por las resistencias.



R: a) 1,25 V y 3,75 Ω b) 1/3 A y 3,75 Ω d) 63,75 W.

a) Determinación de la tensión Thévenin V_{TH}: Es la tensión V_{ab}



Ecuación de malla:

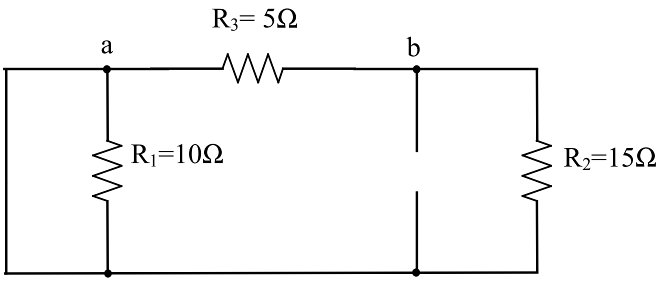
$$-V_g + IR_3 + (I+1)R_2 = 0$$

$$-20 + I5 + (I+1)15 = 0$$

$$\Rightarrow I = 0,25A$$

$$V_{TH} = V_{ab} = I \cdot R_3 = 0,25.5 = \underline{1,25V}$$

Determinación de R_{TH}: Sustituyendo los generadores por su resistencia interna (cortocircuito –resistencia cero– en la fuente de tensión y circuito abierto –resistencia infinita– en la fuente de corriente) se obtiene la resistencia equivalente entre a y b.



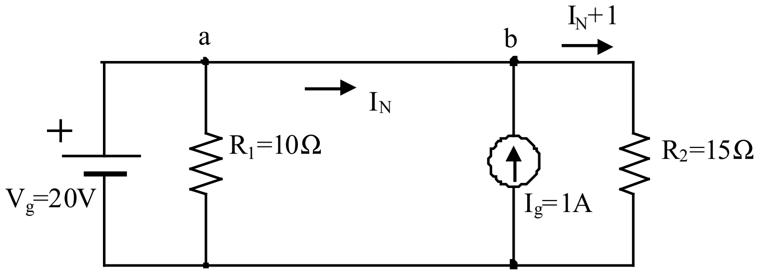
R_1 puede eliminarse pues por ella no circula corriente,ya que queda cortocircuitada (la resistencia equivalente entre una resistencia en paralelo con un cortocircuito es cero: $R_{eq}=r_{CC}.R_1/(r_{CC}+R_1)= 0.R_1/(0+R_1) = 0$).

$R_{TH}= R_{ab}$ está formada entonces por R_3 y R_2 en paralelo:

$$R_{TH} = \frac{5 \cdot 15}{5+15} = \underline{3{,}75\Omega}$$

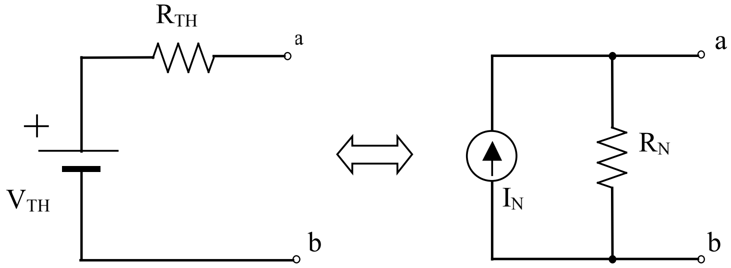
b) Determinación de la corriente Norton I_N: Es la corriente de cortocircuito de *a* a *b*. R_3 puede eliminarse pues queda cortocircuitada y no circulará corriente por ella (toda la corriente irá por el cortocircuito, porque a través de él la corriente encuentra resistencia 0). Ecuación de malla (ver figura de la siguiente página):

$$-20 + (I_N + 1)15 = 0 \Rightarrow I_N = \underline{\frac{1}{3}A}$$



La resistencia R_N es la misma que R_{TH}, o sea, R_N= <u>3,75 Ω</u>.

c)

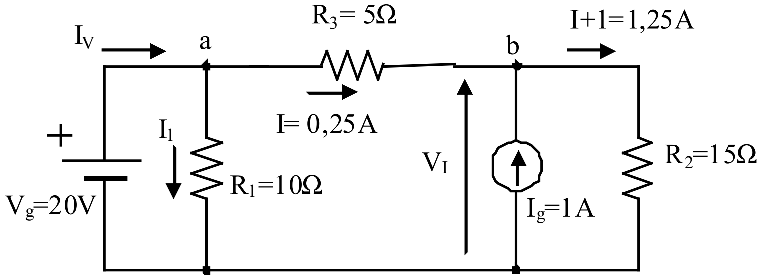


Las condiciones que han de cumplir los generadores para ser equivalentes son:

a) $R_{TH}= R_N$= 3,75 Ω (SÍ)

b) $V_{TH}= I_N.R_{TH}$ ⇨ 1,25= 1/3·3,75=1,25 (SÍ)

d)



$$I_1=\frac{V_g}{R_1}=\frac{20}{10}=2A$$

$$I_V=I+I_1=0{,}25+2=2{,}25A$$

$$P_V=V_gI_V=20.2{,}25=45W\ \ (Potencia\ \ entregada\ \ por\ \ V_g)$$

$$V_I=(I+1)R_2=1{,}25.15=18{,}75V$$

$$P_I=V_II_g=18{,}75.1=18{,}75W\ \ (Potencia\ \ entregada\ \ por\ \ I_g)$$

$$P_G=P_V+P_I=\underline{63{,}75W}\ \ (Potencia\ \ entregada\ \ por\ \ los\ \ generadores)$$

$$P_1=I_1^2R_1=2^2.10=40W\ \ (Potencia\ \ disipada\ \ por\ \ R_1)$$

$$P_2=(I+1)^2.R_2=1{,}25^2.15=23{,}4375W\ \ (Potencia\ \ disipada\ \ por\ \ R_2)$$

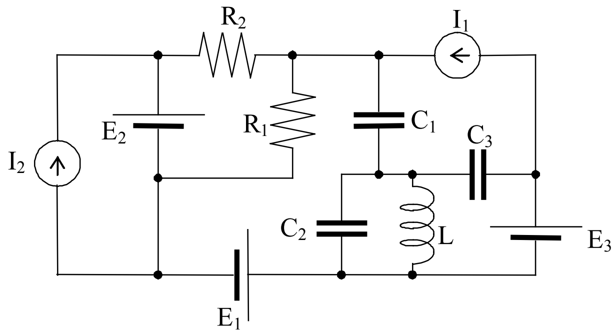
$$P_3=I^2R_3=0{,}25^2.5=0{,}3125W\ \ (Potencia\ \ disipada\ \ por\ \ R_3)$$

$$P_R=P_1+P_2+P_3=\underline{63{,}75W}\ \ (Potencia\ \ disipada\ \ por\ \ las\ \ resistencias)$$

Se comprueba que la potencia entregada total P_G es igual a la potencia total disipada P_R.

20. En el circuito de la figura, en donde todas las fuentes son de corriente continua, determinar:

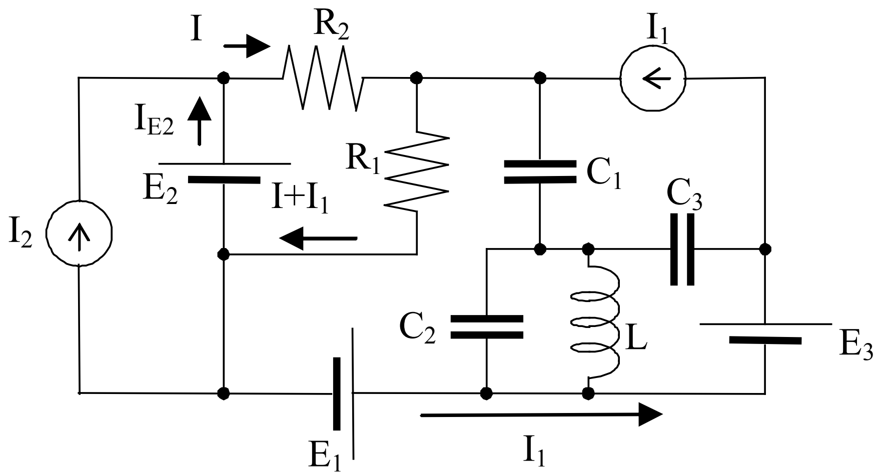
a) Energía almacenada en cada uno de los condensadores.
b) Potencia entregada por cada una de las fuentes.
c) Potencia disipada en los componentes pasivos.



DATOS

E_1=1 V	C_1=1 μF
E_2=2 V	C_2=2 μF
E_3=3 V	C_3=3 μF
R_1=1 Ω	L=1 mH
R_2=2 Ω	
I_1=1 A	
I_2=2 A	

R: a) W_{C1}= 55,5 nJ, W_{C2}= 0 y W_{C3}= 13,5 μJ b) P_{E1}= 1 W, P_{E2}= -10/3 W, P_{E3}= 3 W, P_{I1}=-8/3 W y P_{I2}= 4 W c) P_{R1}= 16/9 W y P_{R2}= 2/9 W.



a)

Ley de mallas : $E_2 = IR_2 + (I + I_1)R_1 \rightarrow I = \dfrac{E_2 - I_1R_1}{R_1 + R_2} = \dfrac{1}{3}A$

Ley de nudos: $I_{E2} = I - I_2 = -\dfrac{5}{3}A$

La tensión en C_2 es igual a la tensión en L, que, en régimen permanente de corriente continua, es un cortocircuito (ya que $V_L = L\cdot di/dt = L\cdot d(i=\text{constante})/dt = L\cdot 0 = 0$)

$$V_{C2} = V_L = 0 \rightarrow W_{C2} = 0$$

Ley de mallas: $E_3 = V_{C3} + V_L \Rightarrow V_{C3} = E_3 = 3V \rightarrow W_{C3} = \dfrac{1}{2}C_3V_{C3}^2 = 13{,}5\mu J$

Ley de mallas entre R_1, E_1, C_2 y C_1, teniendo en cuenta que $V_{C2} = 0 \Rightarrow$

$$V_{C1} = (I + I_1)R_1 - E_1 = \frac{1}{3}V \rightarrow W_{C1} = \frac{1}{2}C_1 V_{C1}^2 = 55{,}5nJ$$

b)

Potencias entregadas por las fuentes de tensión :

$$P_{E1} = E_1 I_1 = 1W$$

$$P_{E2} = E_2 I_{E2} = -\frac{10}{3}W$$

$$P_{E3} = E_3 I_1 = 3W$$

Potencias entregadas las fuentes de corriente:

$$P_{I1} = (V_{C1} - V_{C3})I_1 = -\frac{8}{3}W$$

$$P_{I2} = E_2 I_2 = 4W$$

Potencia total entregada por las fuentes:

$$P_G = \sum_i P_{Gi} = P_{E1} + P_{E2} + P_{E3} + P_{I1} + P_{I2} = 2W$$

c)

Potencias en los condensadores e inductancias:

$$P_{C1} = P_{C2} = P_{C3} = P_L = 0 \quad (no\ disipativos)$$

Potencias consumidas por las resistencias:

$$P_{R1} = (I + I_1)^2 R_1 = \frac{16}{9}W$$

$$P_{R2} = I^2 R_2 = \frac{2}{9}W$$

Potencia consumida total:

$$P_R = \sum_i P_{Ri} = P_{R1} + P_{R2} = 2W$$