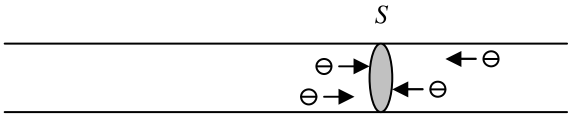
TEMA 1: CIRCUITOS ELÉCTRICOS EN CONTINUA

1.1 CONCEPTOS BÁSICOS DE ELECTRICIDAD (R, L, C). LEY DE OHM

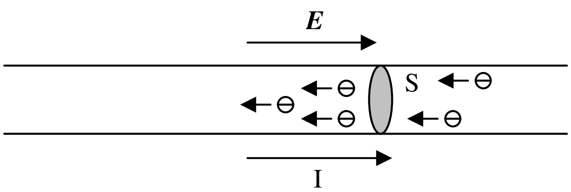
1.1.1 CARGA Y CORRIENTE ELÉCTRICA

La **carga eléctrica** es una propiedad o atributo de las partículas elementales que la poseen, caracterizado a partir de la fuerza electrostática que se ejerce entre ellas. La existencia de fuerzas de repulsión entre cargas similares y de atracción entre diferentes, justifica la consideración de dos tipos de carga, una llamada positiva y otra negativa. En el Sistema Internacional de unidades (SI), la unidad de carga es el culombio (**C**).

Supongamos un conductor cilíndrico aislado. Hay muchos electrones débilmente unidos a los átomos que se están moviendo aleatoriamente por el mismo. Este movimiento aleatorio hace que a través de una superficie ***S*** transversal al conductor se mueva en un instante dado la misma cantidad de electrones en ambos sentidos. Por ello, la carga neta que atraviesa esa superficie es ***0***.



Si sometemos ahora el conductor a la presencia de un campo eléctrico ***E*** en la dirección longitudinal del mismo (por ejemplo, conectándolo a una batería por sus extremos), los electrones se moverán mayoritariamente en dirección contraria a la del campo. Por lo tanto, en este caso hay más carga que pasa en un sentido que en el contrario, produciéndose un movimiento neto de carga a través de la citada superficie.



Las cargas que se mueven en un conductor metálico son los electrones, que tienen carga negativa, por lo que se desplazan hacia el punto de más potencial, o en sentido contrario al campo. Si las cargas fueran positivas (protones) se moverían hacia el punto de menos potencial, y por lo tanto en el sentido del campo.

Si llamamos **dQ** a la carga neta que atraviesa la sección perpendicular ***S*** en un tiempo **dt**, se define la **corriente eléctrica o intensidad de corriente *I*** a través del hilo conductor como ***la rapidez con que pasa la carga a través de dicha superficie***.

Por lo tanto se tiene:

$$I = \frac{dQ}{dt}.$$

La unidad de corriente eléctrica es el amperio (***A)*** que es igual a 1 culombio por segundo: *1 A = 1C/s*

Aunque se habla del sentido de la corriente en un conductor, la corriente eléctrica es una magnitud escalar. Así, cuando se habla del sentido de la corriente en un conductor se indica con esto el sentido en el que fluyen los portadores de carga positivos. Por tanto, el sentido de la corriente en un conductor está dado por la dirección de movimiento de los portadores positivos (sentido convencional).

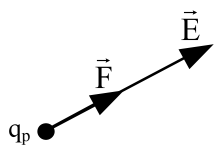
Teniendo en cuenta que en los conductores metálicos los portadores que se mueven son los electrones, que tienen carga negativa, el sentido de la corriente viene dado por la dirección opuesta a la del movimiento de los portadores negativos.

En definitiva, el movimiento de portadores, tanto positivos como negativos, produce idéntico resultado, y por lo tanto, el sentido de la corriente será el mismo con cualquiera de ellos. Esto significa que no debemos preocuparnos del signo de los portadores a la hora de estudiar los efectos producidos por una corriente.

1.1.2 CAMPO Y POTENCIAL ELÉCTRICO

Para simplificar el estudio de los efectos (fuerzas) que se producen entre cuerpos cargados, es útil considerar que, un cuerpo cargado crea un campo eléctrico **E** que modifica las propiedades del espacio que lo rodea, de forma que otro cuerpo cargado en su interior sufre una fuerza que depende del valor del campo en el punto donde se encuentra, además del valor de su propia carga.

El campo eléctrico es un campo vectorial que existe en la región del espacio donde actúan fuerzas eléctricas. La intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$ es un vector función del punto considerado, cuyo módulo, dirección y sentido son los de la fuerza por unidad de carga que se ejerce sobre una carga puntual de prueba positiva q_p situada en el punto donde se observa el campo. Se entiende como carga puntual de prueba aquella carga de dimensiones puntuales que no perturba o modifica la distribución que crea el campo $\vec{E}$, por lo que su valor ha de ser muy bajo o diferencial.



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_p} \text{ (N/C)}$$

Se define como **diferencia de potencial** entre dos puntos de un campo eléctrico $\vec{E}$, el trabajo externo por unidad de carga que es necesario realizar para desplazar una carga de prueba entre dichos puntos. En consecuencia la diferencia de potencial entre dos puntos A y B, voltaje, tensión ó d.d.p. V_{AB}, está determinada por:

$$V_{AB} = V_A - V_B = -\int_B^A \vec{E}\,d\vec{l}$$

que representa el trabajo externo necesario para desplazar la unidad de carga positiva (+1 C) desde B a A.

Podremos definir el **potencial** en un punto ("potencial absoluto") como el trabajo externo realizado contra las fuerzas del campo para trasladar la carga unidad (+1 C) desde un punto muy lejano (origen o referencia de potenciales, V= 0) hasta el punto de medida, y se obtiene como

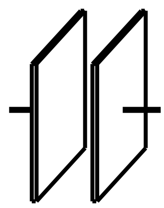
$$\mathrm{V(r)} = -\int_{\infty}^{\mathrm{r}} \vec{\mathrm{E}}.d\vec{\mathrm{l}}\,.$$

1.1.3 EL CONDENSADOR. CAPACIDAD C

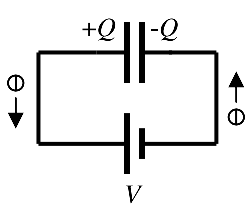
El condensador es uno de los diferentes tipos de componentes que se utilizan en los circuitos eléctricos de los equipos que utilizamos habitualmente. La función de los condensadores en un circuito es el almacenamiento temporal de energía electrostática (cargas), y su cesión al circuito de acuerdo con las necesidades del mismo. La propiedad que caracteriza las posibilidades de almacenamiento de energía de un condensador es su ***capacidad eléctrica***. Al almacenarse energía en un condensador aparece un campo eléctrico. Esta energía puede asociarse a dicho campo.

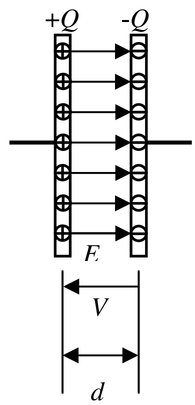
Un condensador es un dispositivo formado por dos conductores cercanos y aislados entre sí. Independientemente de su forma, cada uno de los conductores se denomina ***placa o armadura*** del condensador.

En la figura se observa un condensador de placas plano-paralelas. También se observan los conductores o terminales que sirven para conectar el condensador a otros elementos de un circuito. En su funcionamiento normal las dos placas poseen la misma carga pero de signos opuestos. La carga está distribuida de manera superficial, en su mayor parte sobre las superficies que se encuentran enfrentadas.



Un condensador puede ser cargado conectando sus terminales a los de una batería, como se ve en la figura. Cargas negativas (electrones) de la placa conectada al terminal positivo de la batería pasan a través de la misma hasta la placa conectada al terminal negativo de la batería, dejando una ausencia de carga equivalente a la misma pero positiva.





Según van aumentando las cargas positivas de un conductor y las negativas del otro, aparece un campo eléctrico entre las placas conductoras y, por lo tanto, una diferencia de potencial ***V*** entre ellas. El campo y la diferencia de potencial crece según lo va haciendo la carga, hasta que se alcanza el equilibrio cuando la diferencia de potencial entre las placas es igual a la de la batería. En esta situación la batería habrá transferido una carga **+*Q*** a la placa conectada al terminal positivo y una **–*Q*** a la placa conectada al terminal negativo. En realidad la carga **+*Q*** es debida a la ausencia de electrones que se desplazaron a la otra placa de carga **–*Q***. Por lo tanto, las placas tendrán cargas iguales pero de signos contrarios, por lo que la carga neta del condensador será cero. Cuando se habla de la carga de un condensador nos referimos a la de una de sus placas y no a la carga neta del mismo.

Si cargamos el condensador con una batería de V_1 voltios el condensador se carga con Q_1 culombios. Si lo cargamos con una tensión de V_2 voltios adquiere una carga Q_2, y si lo hacemos con una de V_3 voltios adquiere una carga Q_3. Si hallamos la relación entre ***Q*** y ***V*** en cada caso se observa que el cociente entre ***Q*** y ***V*** es constante independientemente del valor de ***V*** aplicado. A esta constante le llamamos ***Capacidad*** del condensador. O sea:

$$\frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2} = \frac{Q_3}{V_3} = Cte. = C: \quad \text{Capacidad del condensador.}$$

De forma general podemos escribir $C = \dfrac{Q}{V}$.

Por convenio, todas las magnitudes se consideran positivas. ***Q*** es el valor de la carga de las placas, ***V*** la diferencia de potencial entre ellas y ***C*** es siempre positiva.

La palabra capacidad es una indicación de lo que el condensador contiene o puede contener. Un condensador puede contener cargas eléctricas, siendo la ***capacidad*** la medida de sus posibilidades para almacenar esas cargas. Según la ecuación anterior, cuanto mayor es la ***capacidad,*** mayor será el almacenamiento de cargas para una tensión dada.

La unidad de capacidad es el faradio (**F**) siendo:

$$1F = 1C/1V = 1culombio/1voltio$$

Un faradio es una unidad bastante grande, por lo que no es habitual disponer de condensadores de esta capacidad o mayor. Las capacidades habituales utilizadas en los circuitos, y disponibles para el usuario, están entre el picofaradio (***pF***) y los miles de microfaradios (***µF***)

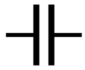
µF, microfaradio, equivalente a 10^{-6} F,

nF, nanofaradio, equivalente a 10^{-9} F,

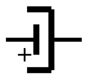
pF, picofaradio, equivalente a 10^{-12} F.

En la jerga habitual, el nanofaradio, que es equivalente a 1.000 pF, también se le suele designar con el sufijo K. Así, un condensador de 100nF sería equivalente a uno de 100K.

El símbolo habitual para representar un condensador en un circuito, cuando ambas placas puedan tener cualquier polaridad, es el siguiente:



En determinados condensadores una de las placas debe ser siempre positiva y la otra negativa. Estos condensadores tienen por lo tanto polaridad, no pudiendo invertirse esta situación, salvo riesgo de averiar el condensador. En este caso el símbolo, donde se indica expresamente cuál es el terminal positivo, es el siguiente:



Como se ha visto, la capacidad no depende de ***Q*** y ***V***, sino que depende le la forma física de los conductores y del aislante o dieléctrico situado entre ambos. La expresión que permite evaluar ***C*** en un condensador de placas plano-paralelas si suponemos que la separación de las placas ***d*** es pequeña en comparación con las dimensiones laterales de las mismas (de área A) y que entre las dos placas tenemos el vacío es (permitividad ε_0):

$$C = \frac{\varepsilon_o \cdot A}{d}.$$

Por lo tanto la capacidad de un condensador plano-paralelo es proporcional al área de las placas e inversamente proporcional a la distancia que las separa. También depende de $\boldsymbol{\varepsilon_0}$**,** que es la permitividad eléctrica del vacío, lo cual implica que C depende también del medio que hay entre las placas, o sea, del tipo de aislante utilizado para evitar el contacto de las mismas. El valor de $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ es de $8{,}85\cdot10^{-12}$F/m.

Ejemplo 1.- Se desea construir un condensador de placas plano-paralelas cuadradas de 1 m de lado, separadas 1 mm con vacío entre ellas. Calcular el valor de la capacidad del condensador obtenido.

$$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12}\, F/m \cdot (1m)^2}{0{,}001m} = 8{,}85 \cdot 10^{-9}\, F = 8{,}85nF = 8{,}85K.$$

1.1.3.1 ENERGÍA ALMACENADA EN UN CONDENSADOR

Al cargar un condensador con una batería ésta realiza un trabajo para transportar las cargas desde una placa a la otra. La energía almacenada viene dada por:

$$W = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2.$$

Ejemplo 2.- Calcular la capacidad que tiene un condensador plano-paralelo de placas cuadradas de lado 100 mm, separadas 0,1 mm, con vacío entre ellas. ¿Qué carga tendrá este condensador si la tensión entre placas es de 30V? ¿Qué energía tiene almacenada?

$$C = \frac{\varepsilon_o \cdot A}{d} = \frac{(8{,}85 \cdot 10^{-12} F/m) \cdot (0{,}1m)^2}{0{,}0001m} = 8{,}85 \cdot 10^{-10} F = 0{,}885nF = 885pF$$

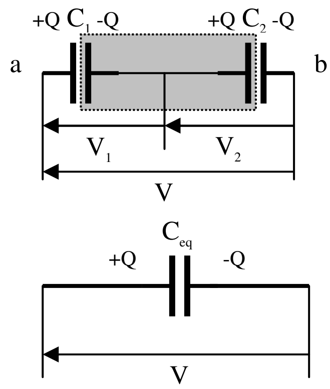
$$Q = C \cdot V = 0{,}885nF \cdot 30V = 26{,}55nC$$

$$W = \frac{Q \cdot V}{2} = \frac{(26{,}55 \cdot 10^{-9} C) \cdot 30V}{2} = 398{,}25nJ \,.$$

1.1.3.2 CONDENSADORES EN SERIE

Dos componentes están en serie si tienen dos de sus terminales conectados entre sí, sin otro tipo de conexión y los otros dos no. O sea, si están colocados uno tras otro.

La diferencia de potencial entre los extremos $V = V_a - V_b$ es igual a la suma de las diferencias de potencial entre las placas de cada condensador, o sea, $V = V_1 + V_2$.



Si suponemos que los condensadores estaban descargados en el momento de conectar la tensión ***V***, en ese momento la zona sombreada de la figura tiene carga neta ***0***. Al conectar la batería y teniendo en cuenta que la zona sombreada está aislada del resto de elementos, debe seguir manteniendo carga neta ***0***. Al conectar la batería a la placa de $\boldsymbol{C_1}$ del lado ***a*** ésta adquiere cargas positivas y, de la misma forma, la placa de $\boldsymbol{C_2}$ del lado ***b*** adquiere las mismas cargas negativas. En las placas de la zona sombreada, por efecto del campo eléctrico, cargas negativas de la placa de $\boldsymbol{C_2}$ van a la de $\boldsymbol{C_1}$, de forma que se mantiene la nulidad de carga neta y la cantidad de carga tendrá el mismo valor que la de las placas exteriores de $\boldsymbol{C_1}$ y $\boldsymbol{C_2}$.

Por lo tanto se cumple que $\boldsymbol{Q = Q_1 = Q_2}$.

El condensador equivalente será aquel cuya capacidad es tal que al conectar la batería ***V*** adquiera la carga ***Q***. Por lo tanto:

$$V = V_1 + V_2 \,.$$

Y como

$$V = \frac{Q}{C_{eq}} \;, \quad V_1 = \frac{Q}{C_1} \quad \text{y} \quad V_2 = \frac{Q}{C_2} \,,$$

sustituyendo entonces en la ecuación anterior:

$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

Dividiendo por Q:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

En general podemos escribir: $$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}.$$

Ejemplo 3.- Dos condensadores C_1 de 6μF y C_2 de 3μF se conectan en serie y a una batería de 12 voltios. Determinar la capacidad equivalente del conjunto, la carga de cada condensador y la diferencia de potencial en extremos de cada uno.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} \qquad C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{6\mu F \cdot 3\mu F}{6\mu F + 3\mu F} = 2\mu F$$

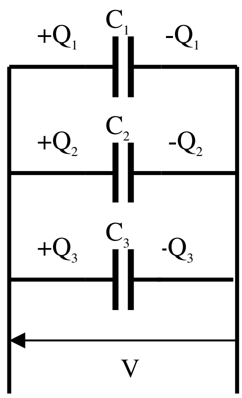
$$Q = Q_1 = Q_2 = C_{eq} \cdot V = 2\mu F \cdot 12V = 24\mu C$$

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{24\mu C}{6\mu F} = 4V \qquad V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{24\mu C}{3\mu F} = 8V.$$

Como se puede observar, al colocar condensadores en serie la capacidad equivalente es menor que la de cualquiera de los condensadores. La tensión en extremos de cada condensador es inversamente proporcional al valor del mismo, o lo que es lo mismo, a mayor capacidad menor tensión y viceversa. Esta configuración se utiliza cuando se desean condensadores que soporten tensiones mayores que las soportadas por cada condensador de forma individual.

1.1.3.3 CONDENSADORES EN PARALELO

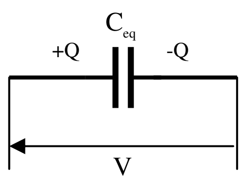
En la figura se representan tres condensadores conectados en paralelo, que como se puede ver tienen tres terminales unidos y los otros tres también.



V tendrá que mover ***Q_1*** a las placas de ***C_1***, ***Q_2*** a las de ***C_2*** y ***Q_3*** a las de ***C_3***. Por lo tanto la carga total que mueve ***V*** será ***$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$***. El condensador equivalente ***C_{eq}*** es aquél que al conectarlo a ***V*** mueve la misma carga ***Q*** que en el caso anterior.

Teniendo en cuenta la relación entre ***Q*** y ***V*** y que todos los condensadores tienen en sus extremos la misma tensión ***V***, tenemos

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_{eq} \cdot V = C_1 \cdot V + C_2 \cdot V + C_3 \cdot V.$$



Dividiendo por V tenemos

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 \,.$$

Y de forma general $$C_{eq} = \sum_i C_i \,.$$

La conexión de condensadores en paralelo se utiliza para conseguir capacidades mayores que las que se obtienen con un solo condensador.

Ejemplo 4.- Se conectan en paralelo tres condensadores de valores C_1= 4,7 μF, C_2= 10 μF y C_3= 47 μF, a una batería de 24 V. Calcular la capacidad equivalente C_{eq} y la carga de cada uno de ellos.

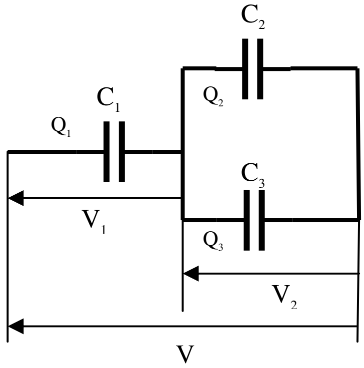
$C_{eq} = C_1+C_2+C_3 = 4{,}7\ \mu F + 10\ \mu F + 47\ \mu F = 61{,}7 \mu F$

$Q_1 = C_1 \cdot V = 4{,}7\ \mu F \cdot 24 V = 112{,}8\ \mu C$

$Q_2 = C_2 \cdot V = 10\ \mu F \cdot 24 V = 240\ \mu C$

$Q_3 = C_3 \cdot V = 47\ \mu F \cdot 24 V = 1.128\ \mu C.$

Ejemplo 5.- El circuito de la figura donde C_1= 4,7 μF, C_2= 2,2 μF y C_3= 6,8 μF, se alimenta con una batería de 24 voltios. Determinar la capacidad equivalente C_{eq}, y la diferencia de potencial y carga en cada condensador.

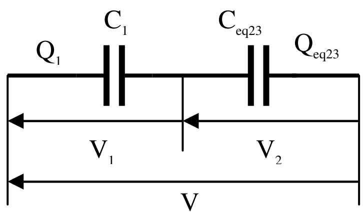


C_2 y C_3 están en paralelo, por lo tanto

$$C_{eq23} = C_2 + C_3 = 2{,}2 + 6{,}8 = 9 \mu F$$

C_1 y C_{eq23} están en serie

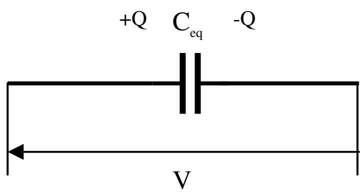
$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_{eq23}}{C_1 + C_{eq23}} = \frac{4{,}7 \cdot 9{,}0}{4{,}7 + 9{,}0} = 3{,}09 \mu F$$



La carga Q del C_{eq} es:

$$Q = C_{eq} \cdot V = 3{,}09 \mu F \cdot 24 V = 74{,}16 \mu C$$

$$Q = Q_1 = Q_{eq23} = 74{,}16 \mu C$$



$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{74{,}16}{4{,}7} = 15{,}77 V$$

$$V_2 = \frac{Q_{eq23}}{C_{eq23}} = \frac{74,16}{9} = 8,24V$$

$$Q_2 = C_2 \cdot V_2 = 2,2\mu F \cdot 8,24V = 18,13\mu C$$

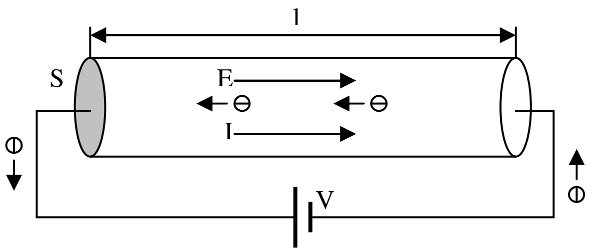
$$Q_3 = C_3 \cdot V_2 = 6,8\mu F \cdot 8,24V = 56,03\mu C$$

Evidentemente $Q_{eq23} = Q_3 + Q_2$.

1.1.4 RESISTENCIA R

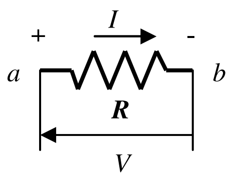
Supongamos un trozo de un conductor, por ejemplo cobre, aluminio, etc., al cual le aplicamos una diferencia de potencial ***V*** procedente de una batería. Por efecto del campo, se produce un movimiento neto de carga y por tanto, una intensidad ***I*** a través de él. El valor de la diferencia de potencial necesaria para producir una cierta ***I*** varía en función de las propiedades del conductor utilizado. Esta propiedad es su resistencia eléctrica. Si se ensaya con varias tensiones y se miden las correspondientes intensidades se observa que:

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{V_3}{I_3} = Cte. = R \qquad R = \text{Resistencia eléctrica del conductor.}$$



El nombre de resistencia es adecuado ya que es una medida de la oposición que ejerce el material al flujo de carga a través de él.

En los circuitos se añaden habitualmente resistencias para limitar o controlar la corriente a través de los mismos. Para su representación se utiliza el símbolo siguiente:



El terminal ***a*** por donde entra la corriente ***I*** tendrá más potencial que el terminal ***b*** por donde sale. Así, si el sentido de la intensidad es el señalado, ***V*** será positiva de ***a*** a ***b*** y negativa en sentido contrario.

En los conductores donde se cumple la ecuación anterior se puede escribir que para cualquier ***V*** e ***I***

$$V = V_a - V_b = I \cdot R.$$

Esta ecuación se conoce como la ***ley de Ohm***, y los materiales que obedecen a ella son materiales óhmicos, llamándose no-óhmicos a los que no la cumplen. Un material óhmico se caracteriza por tener un único valor de resistencia y la gráfica que relaciona ***V*** frente a ***I*** es una línea recta de pendiente ***R***.

La unidad de resistencia eléctrica es el ohmio (***Ω***): *1 Ω = 1 V/A.*

La inversa de la resistencia se llama **Conductancia** y se designa con la letra ***G***, siendo G = 1/R.

Las unidades de ***G*** son los $\boldsymbol{\Omega^{-1}}$ o ***S*** (Siemens).

Ejemplo 6.- Formas de escribir el valor de una resistencia.

Una resistencia de 2.700 Ω, también se puede escribir como 2,7 KΩ o 2K7 Ω.

Una resistencia de 4.700.000 Ω se puede indicar como 4.700 KΩ, como 4,7 MΩ o 4M7 Ω.

Al no depender de ***V*** ni de ***I***, la resistencia depende del tamaño, forma y composición del material utilizado. Consideremos un trozo de conductor como se ve en la figura, de longitud ***l*** y sección de área constante ***S***. Si se aplica una diferencia de potencial ***V*** en sus extremos aparece una intensidad ***I***, y la resistencia será ***R = V/I***. Si se aplica la misma diferencia de potencial a un conductor del doble de longitud, pero con todas las demás medidas idénticas al anterior, resulta que la intensidad es la mitad o, lo que es lo mismo, la resistencia es el doble. Esto indica que la resistencia es directamente proporcional a la longitud del conductor. Si aplicamos ahora la misma diferencia de potencial a un conductor de la mima longitud inicial, pero de doble sección y el mismo material, mediremos que la corriente se duplica, y por lo tanto, podemos decir que la resistencia es la mitad. Esta medida indica que la resistencia es inversamente proporcional a la sección. En definitiva, la resistencia de un conductor es proporcional a la longitud e inversamente proporcional a la sección, y el factor de proporcionalidad, denominado ***resistividad del material*** (***ρ***), es independiente de su forma y depende únicamente de la naturaleza del material utilizado. Por lo expuesto, la resistencia de un conductor podemos expresarla matemáticamente de la siguiente forma:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

El valor de ***ρ*** para algunos materiales es el siguiente:

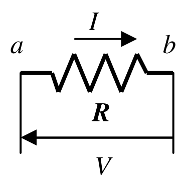
Metales	ρ en $\Omega.m$
Oro	$2{,}350 \cdot 10^{-8}$
Plata	$1{,}590 \cdot 10^{-8}$
Cobre	$1{,}673 \cdot 10^{-8}$
Aluminio	$2{,}655 \cdot 10^{-8}$
Hierro	$9{,}710 \cdot 10^{-8}$
Semiconductores	
Silicio	$4{,}300 \cdot 10^{3}$
Aislantes	
Vidrio	10^{10} - 10^{14}
Teflón	10^{13}
Madera	10^{8} - 10^{11}.

Es útil considerar un conductor ideal como aquél que tiene resistencia nula independientemente de su forma y tamaño. En los circuitos utilizaremos conductores ideales para unir los diferentes componentes entre sí.

Cuando entre dos puntos de un circuito conectamos un conductor ideal decimos que realizamos un cortocircuito. Como $R = 0$ la tensión en extremos de un cortocircuito es siempre cero independientemente de la intensidad que circule por el mismo. Si entre dos puntos de un circuito no conectamos ningún elemento decimos que está en circuito abierto, y la intensidad que circula entre ellos será ***0.***

1.1.4.1 POTENCIA DISIPADA EN UNA RESISTENCIA

Para tener movimiento de cargas en un conductor es necesario una diferencia de potencial, y como el conductor, a través de su resistencia, se opone al movimiento de cargas, es necesario un consumo de energía para realizar ese movimiento de cargas.



Sea R la resistencia por la que pasa una corriente I de a a b. La diferencia de potencial en sus extremos es $V = V_a - V_b$ donde V_a es mayor que V_b, de forma que resulta que la potencia que se disipa en la resistencia se calcula como:

$$P_R = V \cdot I = I^2 \cdot R = V^2/R.$$

La ecuación $P_R = I^2 \cdot R$ se conoce como la **ley de Joule**. La potencia se mide en vatios **(W)**.

Los portadores pierden energía al colisionar en el interior de la resistencia y estas colisiones son las responsables de que los materiales tengan resistencia eléctrica. Esta pérdida de energía se manifiesta en un aumento de la temperatura en el interior de la resistencia. Si esta temperatura es mayor que la exterior se transfiere al exterior. Se dice que la energía eléctrica en una resistencia se disipa en forma de calor. En condiciones estacionarias hay un equilibrio entre la energía disipada en el interior y la transferida al exterior, momento en el cual se estabiliza la temperatura de la resistencia. Si no es capaz de evacuar el calor producido interiormente, la temperatura empezará a subir hasta que la resistencia se destruye al no poder soportarla. Este efecto se conoce como calentamiento Joule.

Ejemplo 7.- Por un conductor de cobre de sección 2 mm de radio y 10 m de longitud se hace circular una corriente de 20 A. Calcular la resistencia del conductor y la diferencia de potencial en sus extremos.

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{(1{,}673 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot m) \cdot (10m)}{1{,}2566 \cdot 10^{-5}\,m^2} = 13{,}32 \cdot 10^{-3}\Omega = 13{,}32\ \text{m}\Omega$$

$S = \pi \cdot r^2 = 3{,}1416 \cdot (0{,}002)^2 = 1{,}2566\ 10^{-5}\ m^2$

Para obtener una corriente de 20A

$V = I \cdot R = 20 \cdot 13{,}32 \cdot 10^{-3} = 266{,}4 \cdot 10^{-3}\ V = 266{,}4\ mV.$

Ejemplo 8.- Las lámparas caseras de incandescencia se distinguen entre sí por la potencia disipada en el filamento. Parte de la energía se transforma en calor y parte en luz visible. ¿Qué corriente pasa por una lámpara de 75 W si la conectamos a una diferencia de potencial de 220V? ¿Qué resistencia tiene su filamento? ¿Cuánta energía en kW·h disipará en 24 horas de funcionamiento?

$$I = \frac{P_R}{V} = \frac{75W}{220V} = 0{,}34A$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{220V}{0{,}34A} = 647\Omega\ .$$

Otra forma de calcular R:

$$R = \frac{V^2}{P_R} = \frac{(220V)^2}{75W} = 645\Omega\,.$$

La diferencia radica en el redondeo efectuado al calcular I.

La energía consumida, al ser constante la potencia disipada, será:

$P_R \cdot \Delta t = 75W \cdot 24h = 0{,}075kW \cdot 24h = 1{,}8\ kW \cdot h.$

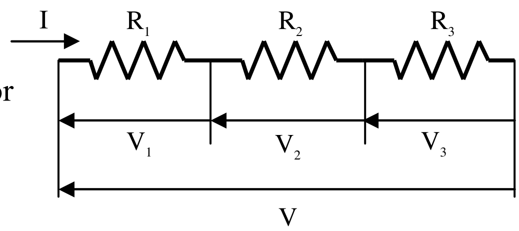
1.1.4.2 RESISTENCIAS EN SERIE

Los circuitos eléctricos tienen habitualmente combinaciones de distintos componentes y particularmente de resistencias. El concepto de resistencia equivalente es útil para simplificar circuitos. La resistencia equivalente de una combinación de resistencias es el valor de una única resistencia que sustituyendo a la combinación produce el mismo efecto externo. Para producir el mismo efecto externo la resistencia equivalente debe transportar la misma corriente que la combinación original.

En general, dos o más componentes están en serie cuando tienen dos de sus terminales unidos, sin ninguna otra conexión, y los otros dos no unidos entre sí.

En la figura se muestran tres resistencias en serie. Las conexiones entre ellas se suponen conductores ideales. La diferencia de potencial entre los extremos es igual a la suma de las diferencias de potencial entre extremos de cada resistencia.

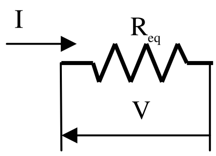
$V = V_1 + V_2 + V_3.$



Como la intensidad es la misma por todas ellas, tenemos

$V_1 = I \cdot R_1 \quad V_2 = I \cdot R_2 \quad V_3 = I \cdot R_3.$

La resistencia equivalente debe ser tal que al aplicarle la diferencia de potencial ***V*** circule por ella una intensidad ***I***. De esta forma se podrá sustituir a las tres sin modificar el funcionamiento del circuito.



Sustituyendo en la primera ecuación tenemos

$$V = I \cdot R_{eq} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3.$$

Dividiendo por ***I*** resulta:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3.$$

En general, para varias resistencias conectadas en serie:

$$R_{eq} = \sum_i R_i \ .$$

Las resistencias en serie se comportan como un divisor de tensión, soportando cada una de ellas una tensión proporcional a su valor. Para el caso de dos resistencias en serie:

$$V_1 = IR_1 = V\frac{R_1}{R_1+R_2}; \quad V_2 = IR_2 = V\frac{R_2}{R_1+R_2}.$$

Ejemplo 9.- Cuatro resistencias de valores R_1 = 2.700 Ω, R_2 = 3k3 Ω, R_3 = 1k Ω y R_4 = 12 kΩ se conectan en serie. Calcular la resistencia equivalente. Si se aplica al conjunto una tensión de 38 V calcular la tensión que tiene cada una de ellas.

R_{eq} = 2,7 kΩ + 3,3 kΩ + 1 kΩ + 12 kΩ = 19,0 kΩ.

Para calcular la tensión en cualquiera de ellas: $V_i = V\frac{R_i}{R_{eq}}$.

Entonces:

$$V_1 = 38V\frac{2,7k\Omega}{19k\Omega} = 5,4\text{ V}$$

$$V_2 = 38V\frac{3,3k\Omega}{19k\Omega} = 6,6\text{ V}$$

$$V_3 = 38V\frac{1,0k\Omega}{19k\Omega} = 2,0\text{ V}$$

$$V_4 = 38V\frac{12,0k\Omega}{19k\Omega} = 24,0\text{ V}$$

Evidentemente la suma de todas ella debe ser igual a 38V.

1.1.4.3 RESISTENCIAS EN PARALELO

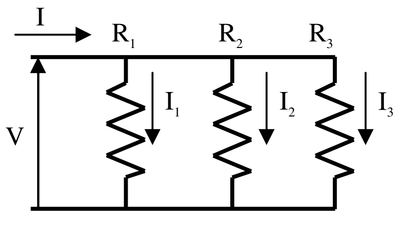
Dos componentes están en paralelo cuando tienen dos de sus terminales unidos y los otros dos también. A estas uniones pueden conectarse otros elementos sin ningún problema.

En la figura se muestran tres resistencias conectadas en paralelo. Es evidente que todas las resistencias soportan la misma diferencia de potencial. Como no se acumula carga en los puntos de unión, la corriente ***I*** de la rama principal es igual a la suma de las corrientes por cada una de las resistencias, o sea:

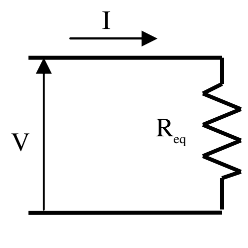
$I = I_1 + I_2 + I_3$.

Como todas soportan una tensión V, se tiene:

$V = I_1 \cdot R_1,\ \ V = I_2 \cdot R_2,\ \ V = I_3 \cdot R_3$.



En la resistencia equivalente, para que realice la misma función, ***V*** e ***I*** deben ser las mismas y por tanto



$$V = I \cdot R_{eq}.$$

Despejando I en las dos últimas ecuaciones y sustituyendo en la primera:

$$\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}.$$

Dividiendo por V

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

De forma general:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}.$$

Si recordamos el concepto de conductancia:

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + G_3.$$

De forma general

$$G_{eq} = \sum_i G_i.$$

En el caso de dos resistencias, la resistencia equivalente tendrá el valor siguiente:

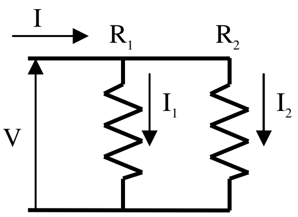
$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Las resistencias en paralelo se comportan como un divisor de corriente, ya que la ***I*** total se reparte de forma inversamente proporcional al valor de las mismas. Así, por la resistencia de menor valor circulará más corriente, y por la de mayor valor, menos corriente. En el caso de dos resistencias, las expresiones que nos dan los valores de corriente por cada resistencia son las siguientes:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = I\frac{R_2}{R_1 + R_2}; \quad I_2 = \frac{V}{R_2} = I\frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Ejemplo 10.- Por la rama principal de dos resistencias conectadas en paralelo, de R_1 = 3,0Ω y R_2 = 6,0 Ω, se hace circular una intensidad de I = 6A. Calcular la resistencia equivalente, la tensión en sus extremos, la intensidad por cada una de ellas y la potencia disipada en la resistencia de 3,0Ω.

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3{,}0\Omega \cdot 6{,}0\Omega}{3{,}0\Omega + 6{,}0\Omega} = 2{,}0\Omega$$



$V = I \cdot R_{eq} = 6A \cdot 2{,}0\Omega = 12V$

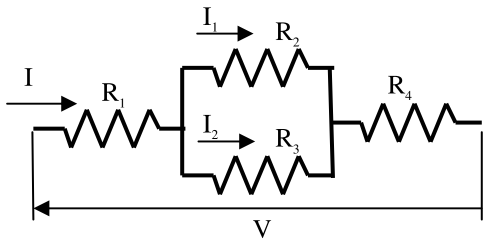
$$I_1 = I\frac{R_2}{R_1 + R_2} = 6A\frac{6\Omega}{3\Omega + 6\Omega} = 4A$$

$$I_2 = I\frac{R_1}{R_1 + R_2} = 6A\frac{3\Omega}{3\Omega + 6\Omega} = 2A$$

$P_{R1} = I_1^2 \cdot R_1 = 4^2 \cdot 3 = 48W.$

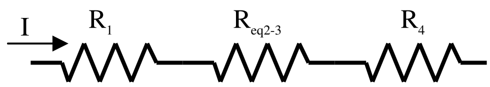
Ejemplo 11.- Calcular la resistencia equivalente del circuito de la figura. Si la diferencia de potencial entre los extremos es de 36V, determinar la corriente total, la que pasa por cada resistencia y la diferencia de potencial entre los extremos de cada resistencia. R_1= 1,0 Ω, R_2= 4,0 Ω, R_3= 12,0 Ω, R_4= 5,0 Ω.

Para calcular la $\boldsymbol{R_{eq}}$ total, primero calculamos la $\boldsymbol{R_{eq}}$ de $\boldsymbol{R_2}$ y $\boldsymbol{R_3}$ que están en paralelo



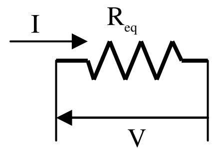
$$R_{eq2-3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{4\Omega \cdot 12\Omega}{4\Omega + 12\Omega} = 3{,}0\Omega\,.$$

Ahora tenemos tres resistencias en serie



$R_{eq} = R_1 + R_{eq2-3} + R_4 = 1\Omega + 3\Omega + 5\Omega = 9{,}0\Omega$

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{36V}{9\Omega} = 4A$$



$I = I_{R1} = I_{R4} = 4\text{A}.$

I se reparte de forma inversamente proporcional entre I_1 e I_2:

$$I_1 = I\frac{R_3}{R_2 + R_3} = I\frac{12\Omega}{4\Omega + 12\Omega} = 3{,}0A$$

$$I_2 = I\frac{R_2}{R_2 + R_3} = I\frac{4\Omega}{4\Omega + 12\Omega} = 1{,}0A\,.$$

Se observa que por la resistencia de 4 Ω pasa el triple de corriente que por la de 12 Ω.

$V_{R1} = I \cdot R_1 = 4\text{A} \cdot 1\Omega = 4\text{V}$

$V_{R2} = V_{R3} = I_1 \cdot R_2 = I_2 \cdot R_3 = I \cdot R_{eq2-3} = 4\text{A} \cdot 3\Omega = 12\text{V}$

$V_{R4} = I \cdot R_4 = 4A \cdot 5\Omega = 20\text{V}$.

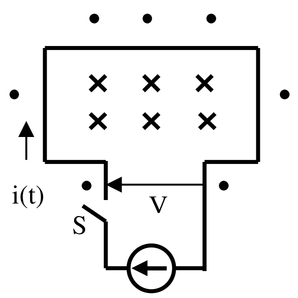
1.1.5 AUTOINDUCCIÓN O INDUCTANCIA L

Hasta ahora hablamos del campo eléctrico como el generado por cargas eléctricas estacionarias. Si las cargas se mueven, por ejemplo al circular una corriente por un conductor, se genera un campo magnético ***B*** a su alrededor. Este campo ***B*** al atravesar una superficie ***S*** crea un flujo *Φ*.

Por lo tanto, para que exista campo magnético es necesaria la presencia de cargas en movimiento y por lo tanto, una intensidad por un conductor o similar.

Se ha visto que cuando varia el flujo magnético a través de un circuito en forma de espira aparece una tensión inducida en el mismo, dada por la ley de Faraday

$$V = \frac{d\phi}{dt}.$$



Entonces al cerrar el interruptor S en la figura, por efecto del generador, se produce una corriente ***i(t) ≠ 0***. Esta corriente producirá un campo magnético en las cercanías de la espira, como se ve en la figura. Como consecuencia, existe un flujo magnético que atraviesa la espira, debido a su propia corriente. Si esta corriente varía con el tiempo, el flujo también lo hará y por la ley de Faraday, aparece una ***tensión*** inducida en el propio circuito.

Esta ***tensión*** se llama ***autoinducida*** y se debe a los cambios que ocurren en el propio circuito. Por ello podemos decir que una corriente variable actúa de nuevo sobre si misma.

Si tenemos en cuenta que el campo magnético producido por una corriente es proporcional a la corriente misma y que el flujo se calcula a partir del campo magnético de la forma

$$\phi = \int B \cdot dS,$$

este flujo será también proporcional a la intensidad. Se comprueba que para varias intensidades se producen flujos distintos, cumpliéndose la relación:

$$\frac{\phi_1}{i_1} = \frac{\phi_2}{i_2} = Cte. = L \qquad \text{En general } \frac{\phi}{i} = L.$$

A la constante de proporcionalidad ***L*** se le denomina ***coeficiente de autoinducción***, ***autoinductancia*** o simplemente ***inductancia*** de la espira.

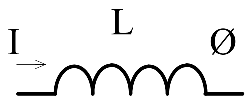
Aplicando la ley de Faraday se obtiene:

$$V = L\frac{di}{dt}.$$

Se debe observar que la ***tensión inducida*** depende de la velocidad con que varíe la intensidad. Si la corriente aumenta, también aumentará el flujo y el sentido de la ***tensión*** autoinducida se opone al sentido de la corriente que aumenta.

La unidad de inductancia es el henrio (**H**). 1H= 1Wb/1A.

El símbolo que utilizaremos para representar la inductancia de una espira o conjunto de espiras es el siguiente:



Si en lugar de tener una sola espira tenemos ***N***, próximas entre sí, formando un solenoide largo, elemento al que llamaremos BOBINA o SOLENOIDE, el flujo que atraviesa cada una de las espiras es el mismo ***Φ*** y la ***tensión*** autoinducida en cada vuelta es igual en todas ellas. Por lo anterior, la ***tensión*** autoinducida en una bobina de ***N*** vueltas será:

$$V = N \cdot \frac{d\phi}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt}.$$

1.1.5.1 ENERGÍA EN UNA AUTOINDUCCIÓN

Consideremos una autoinducción por la que circula una intensidad i variable con el tiempo. Los portadores de carga tendrán más o menos energía potencial eléctrica dependiendo de la velocidad de variación de corriente. Diremos que esta energía es energía almacenada en la inducción. Se obtiene:

$$W = \frac{L \cdot I^2}{2}$$

Esta energía se puede recuperar, por ejemplo, al dejar de circular la corriente por ella. En este momento, como la intensidad decrece rápidamente, se produce una ***tensión*** de sentido contrario que puede alcanzar valores muy elevados. En los interruptores de lámparas con componentes inductivos de nuestras casas, se manifiesta a través de un chispazo en los mismos al producirse un arco entre sus contactos que libera la energía almacenada.

El comportamiento de las inductancias al colocarlas en serie y en paralelo es similar al de las resistencias, o sea, se suman si están en serie y se suman las inversas si están en paralelo.

Ejemplo 12.- Por una autoinducción L = 30µH, se hace circular una corriente que varia linealmente de 2 a 10mA en 100µs. Calcular la tensión autoinducida. ¿Qué energía tiene almacenada la bobina cuando la corriente alcance el valor de 10A?

Por variar linealmente con el tiempo:

$$\frac{di}{dt} = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{10mA - 2mA}{0{,}1ms} = 80\frac{mA}{ms} = 80\frac{A}{S}$$

$$V = L \cdot \frac{di}{dt} = 30\mu H \cdot 80\frac{A}{S} = 2.400\mu V = 2{,}4mV$$

$$W = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{30\mu H \cdot (10A)^2}{2} = 1.500\mu J = 1{,}5mJ\ .$$

1.2 FUENTES DE TENSIÓN Y DE CORRIENTE. POTENCIA

Para que en un circuito exista una corriente continua es necesario un componente que actúe como fuente de energía eléctrica.

Las fuentes de energía, también llamadas generadores, que son los encargados de entregar energía a los circuitos, funcionan en lo fundamental como transformadores de energía, ya que una energía no eléctrica (química, mecánica, luminosa, térmica, etc.) se convierte en energía eléctrica.

A los elementos R, L o C estudiados hasta ahora les llamamos **elementos pasivos**, ya que solamente consumen o almacenan energía, y a los generadores les llamamos **elementos activos,** porque pueden entregar energía a los circuitos.

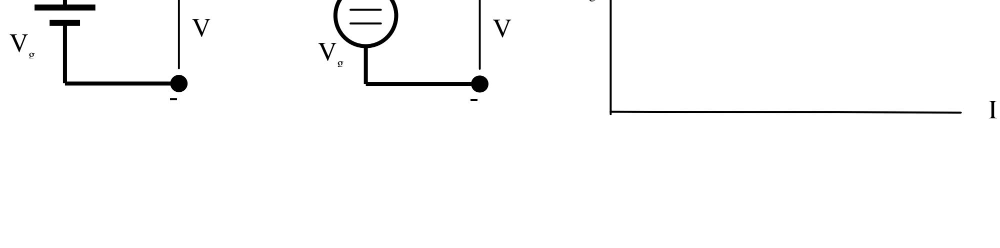
Cuando un generador tiende a fijar la tensión en su salida lo denominamos generador o fuente de tensión (por ejemplo una batería), y cuando tiende a fijar la corriente lo denominamos generador de corriente (por ejemplo un transistor).

1.2.1 FUENTES O GENERADORES DE TENSIÓN CONTINUA

Denominamos generador o fuente de tensión continua **ideal**, aquél que mantiene la tensión entre sus terminales constante, independientemente de la corriente que suministra a la carga. Esta tensión entre terminales se denomina ***fem*** (fuerza electromotriz) del generador. Usaremos más frecuentemente el término ***tensión*** del generador, aunque sería más exacto el término ***fem***, ya que proporciona a los portadores de carga la energía necesaria para realizar el trayecto a través del circuito o de la carga.

Los símbolos que utilizaremos para representar un generador en un circuito son los de la figura, aunque el primero de ellos se utiliza fundamentalmente en el caso de que el generador sea una batería. En el segundo símbolo, más general, las dos líneas paralelas internas representan que es de continua, aunque la mayor parte de las veces no las utilizaremos. Los dos puntos marcados con los signos + y – son los terminales o bornas del generador, donde nosotros realizaremos las conexiones para alimentar el circuito correspondiente. La ***fem*** del generador es V_g y la tensión entre bornas es ***V***.

Como se puede ver, en un generador ideal la ***fem*** y la tensión entre terminales es la misma, $V = V_g$. Si representamos en unos ejes la tensión de salida frente a la intensidad suministrada por el generador, tendremos una línea recta horizontal.



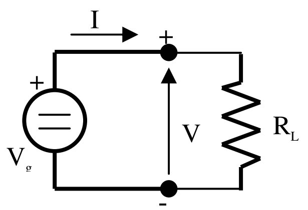
Si conectamos una resistencia $\boldsymbol{R_L}$ (resistencia de carga) a los terminales del generador, circulará una intensidad ***I*** a través de ella proveniente del generador. La intensidad dada por el generador sale del terminal de mayor potencial y entra por el de menor potencial. La potencia disipada en la carga es:

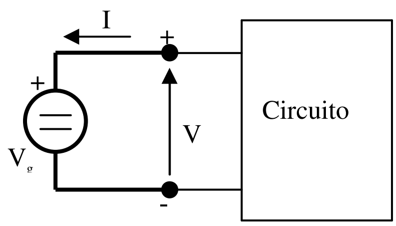
$$P_{R_L} = V \cdot I \,.$$

Y la entregada por el generador es $P = V \cdot I$.

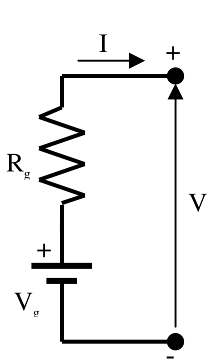
La potencia desarrollada por el generador es $P = V_g \cdot I$ y como $V = V_g$, la potencia entregada es la misma que la desarrollada por el generador y se disipa en la carga.

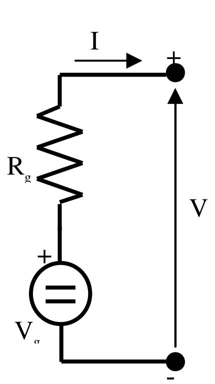
Un generador entrega potencia si la intensidad sale del terminal positivo como en la figura. Pudiera ocurrir que si el generador está conectado a un circuito donde hay otros generadores la intensidad entrara en el generador. En este caso, el generador no entrega potencia sino que se convierte en un consumidor de energía. Este sería el caso de una batería cuando se está cargando, por ejemplo, en un coche con el motor funcionando o con un cargador conectado.

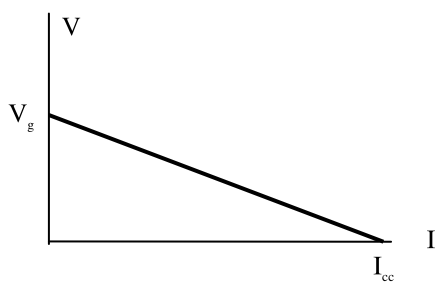




En la práctica, todos los generadores de tensión son reales. En éstos, la tensión entre sus terminales depende de la corriente suministrada por el generador y va reduciéndose conforme aumenta esta corriente. Esta reducción tiene como límite la llamada intensidad de cortocircuito $\boldsymbol{I_{CC}}$, para la cual la diferencia de potencial en los terminales es ***0***. Esta reducción de tensión en sus terminales se puede representar mediante una resistencia en serie con el generador $\boldsymbol{V_g}$, conocida como resistencia interna $\mathbf{R_g}$ del generador. Por lo tanto, un generador de tensión real se puede presentar como un generador ideal $\boldsymbol{V_g}$ con una resistencia interna $\boldsymbol{R_g}$. También se puede decir que un generador ideal es un generador real con resistencia interna $\boldsymbol{R_g} = 0$. En la figura se puede ver el símbolo utilizado y la gráfica de variación de ***V*** frente a ***I***.







Cuando $I = 0$ no hay caída de tensión en $\boldsymbol{R_g}$ y entonces $V = V_g$. En circunstancias normales, suponiendo que $I < I_{cc}$, la tensión en los terminales + y - del generador será la $\boldsymbol{V_g}$ menos la pérdida de tensión en $\boldsymbol{R_g}$. Es decir, podemos escribir:

$$V = V_g - I \cdot R_g \, .$$

Cuando $V = 0$, lo que ocurre si hacemos un cortocircuito al generador, la $I = I_{cc}$ y entonces desde la expresión anterior se obtiene que:

$$I_{cc} = \frac{V_g}{R_g} \, .$$

Cuando el generador no tiene carga, o sea $R_L = \infty$, circunstancia que se conoce como generador en circuito abierto, entonces $I = 0$ y $V_{ca} = V_g$.

Conocidos los valores I_{cc} y V_{ca} se puede obtener el valor de R_g, despejándola de la ecuación anterior:

$$R_g = \frac{V_g}{I_{cc}} = \frac{V_{ca}}{I_{cc}} \, .$$

La potencia entregada por el generador a la carga será:

$$P = V \cdot I \, .$$

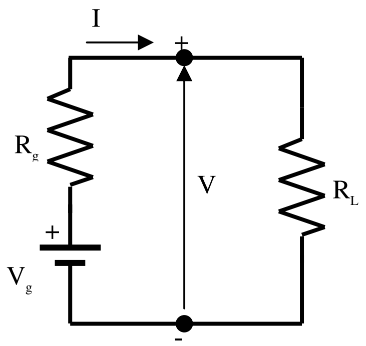
La potencia desarrollada por el generador será

$$V_g \cdot I = I^2 \cdot R_g + V \cdot I \, .$$

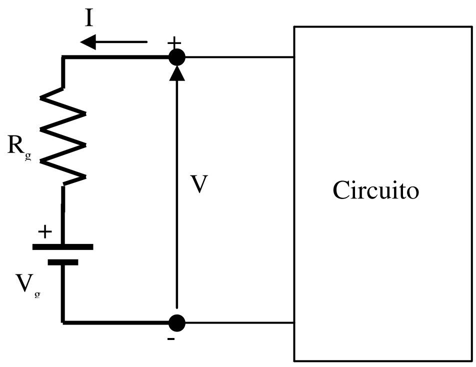
Esta potencia se gasta en la resistencia interna del propio generador, donde se transforma en calor, y en la entregada a la carga.

Si el generador está conectado a un circuito con otros generadores, la ***I*** puede circular en sentido contrario, en cuyo caso el generador consume potencia.

$$V = V_g - I \cdot R_g$$



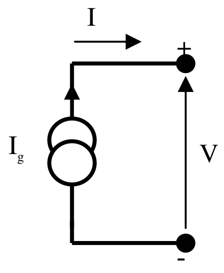
$$V = V_g + I \cdot R_g$$

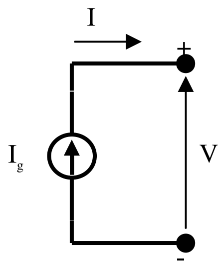


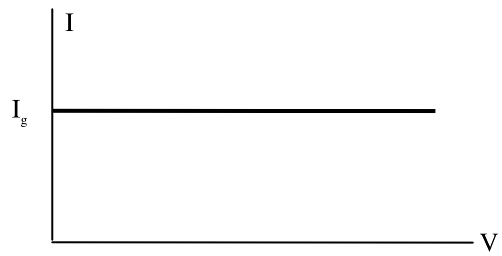
1.2.2 FUENTES O GENERADORES DE CORRIENTE CONTINUA

Denominamos generador o fuente de corriente continua **ideal** a aquél que mantiene la corriente a través de él constante, independientemente de la tensión que tiene entre sus terminales. A esta corriente se le denomina ***cm*** (corriente motriz) del generador.

Los símbolos utilizados son los siguientes:



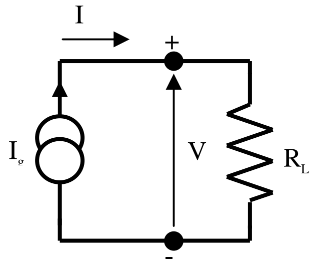


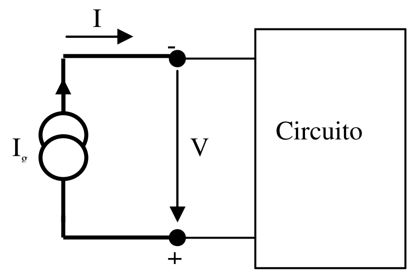


Como se puede ver, en un generador ideal la corriente en sus terminales es $I = I_g$, independiente del valor que pueda tener la tensión en los mismos.

Si conectamos al generador una resistencia de carga $\boldsymbol{R_L}$, por ésta pasará una intensidad constante de valor $\boldsymbol{I}$ y la tensión entre terminales tendrá el valor siguiente:

$$V = R_L \cdot I = R_L \cdot I_g \ .$$

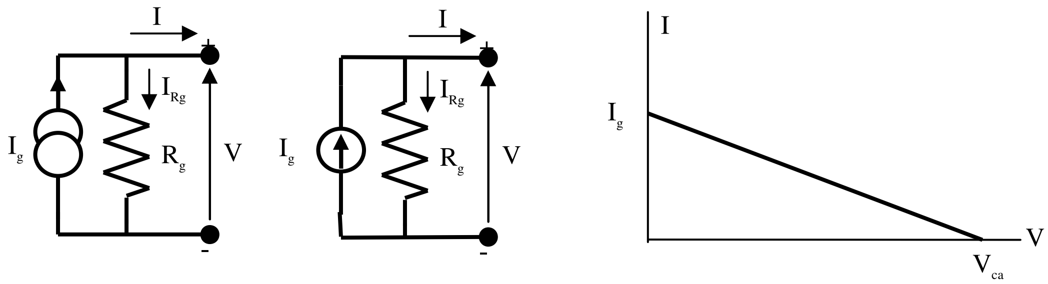




La potencia entregada por el generador a la carga es $P = I^2 \cdot R_L = V \cdot I$. El generador entrega potencia cuando en sus terminales hay más tensión en el terminal positivo que en el negativo. Cuando el generador está conectado a un circuito con otros generadores puede ocurrir que la tensión entre sus terminales sea mayor en el terminal negativo que en el positivo.

En este caso, $P = (-V) \cdot I = -V \cdot I$. Entonces, el generador no entrega potencia y se convierte en un consumidor de energía.

Al igual que ocurría con los generadores de tensión, los generadores de corriente en la práctica son reales. En estos generadores, la corriente de salida depende de la tensión entre sus terminales y va reduciéndose conforme aumenta ésta. Esta reducción tiene como límite la llamada tensión en circuito abierto V_{ca}, para la cual la intensidad de salida es $\boldsymbol{0}$. Esta reducción de tensión en sus terminales se puede representar mediante una resistencia en paralelo con el generador $\boldsymbol{I_g}$, conocida como resistencia interna $\boldsymbol{R_g}$ del generador. Por lo tanto, un generador de corriente real se puede presentar como un generador ideal I_g con una resistencia interna R_g. También podemos decir que un generador ideal es un generador real con resistencia interna $R_g = \infty$. En la figura se puede ver el símbolo utilizado y la gráfica de variación de I frente a V.



La intensidad por la resistencia interna será $I_{R_g} = \dfrac{V}{R_g}$.

La intensidad desarrollada por el generador se divide en dos partes: una interna, a través de la resistencia interna, y otra de salida por lo terminales del generador. Ésta toma el valor:

$$I = I_g - I_{R_g} = I_g - \frac{V}{R_g}.$$

La potencia entregada por el generador será $P = V \cdot I$ y la potencia desarrollada viene dada por la siguiente expresión:

$$P_g = V \cdot I_g = \frac{V^2}{R_g} + V \cdot I = V \cdot I_{R_g} + V \cdot I.$$

Es decir, una parte de la potencia desarrollada se gasta en la resistencia interna, donde se transforma en calor, y el resto se entrega a la carga.

Ejemplo 13.- Una batería de linterna de 4,5 V con una resistencia interna de 0,5 Ω se conecta a una carga de 4 Ω. Calcular la tensión entre sus terminales con la carga conectada, la potencia desarrollada por el generador ideal, la potencia disipada en la resistencia interna y la entregada a la carga

$$V = E_g - I \cdot R_g = I \cdot R_L \qquad 4{,}5 - I \cdot 0{,}5 = I \cdot 4 \qquad I = 1A$$
$$V = E_g - I \cdot R_g = 4{,}5 - 1 \cdot 0{,}5 = 4V$$
$$P_g = E_g \cdot I = 4{,}5 \cdot 1 = 4{,}5W$$
$$P_{R_g} = I^2 \cdot R_g = 1^2 \cdot 0{,}5 = 0{,}5W$$
$$P = V \cdot I = 4 \cdot 1 = 4W$$

Evidentemente $P_g = P + P_{Rg}$.

1.3 CIRCUITOS ELÉCTRICOS. REGLAS DE KIRCHHOFF

Al analizar un circuito pretendemos conocer todas las variables del mismo, es decir, intensidades por los distintos elementos, tensiones en los mismos y potencias puestas en juego. Para realizar este análisis utilizaremos las reglas de Kirchhoff, que son las leyes básicas para la realización del estudio de los circuitos eléctricos.

1.3.1 CONCEPTOS BÁSICOS

CIRCUITO ELÉCTRICO: Es un conjunto de elementos tanto activos como pasivos (generadores, resistencia, condensadores, etc.), conectados entre sí por hilos conductores ideales.

NUDO: Dentro de un circuito es el punto en el que unen tres o más conductores

MALLA: Conjunto de elementos que forman un camino cerrado dentro de un circuito. También puede definirse como una trayectoria cerrada dentro de un circuito.

RAMA: Conjunto de elementos conectados entre dos nudos consecutivos. Una rama puede tener uno o varios elementos.

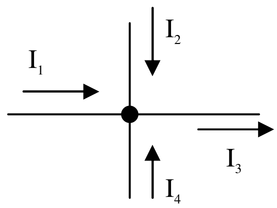
1.3.2 REGLA DE LOS NUDOS

Esta regla establece que ***la suma de las corrientes que llegan a un nudo es igual a la suma de las que salen del mismo***. Ya que la carga no se puede acumular en ningún punto de los conductores de conexión, esta regla es una consecuencia de la conservación de la carga.

Podemos escribir la regla de los nudos como: $\sum I_{entrantes} = \sum I_{salientes}$.

En el nudo de la figura:

$$I_1 + I_2 + I_4 = I_3 .$$



Si consideramos corrientes positivas las entrantes y negativas las salientes, podemos escribir la ecuación de forma general como:

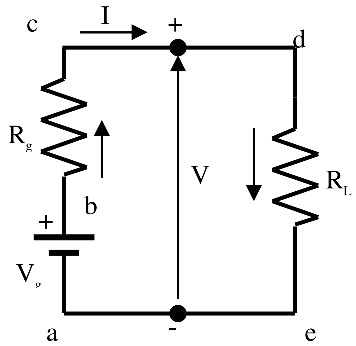
$$\sum I = 0 .$$

El número de ecuaciones de nudos independientes que podemos obtener será tantas como nudos en un circuito menos uno, o sea ***n - 1.***

1.3.3 REGLA DE LAS MALLAS

Esta ley establece que ***la suma de las diferencias de potencial encontradas en el recorrido de cualquier camino cerrado de un circuito es cero***. Como el potencial está directamente relacionado con la energía potencial de los portadores, esta regla es una forma de expresar el principio de conservación de la energía. De forma general podemos escribirla:

$$\sum V = 0 \, .$$



Aplicando esta ley al circuito de la figura formado por un generador real y una carga resulta:

$$V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} + V_{de} + V_{ea} = 0$$

Como $V_{ab} = V_a - V_b$, etc.:

$$(V_a - V_b) + (V_b - V_c) + (V_c - V_d) + (V_d - V_e) + (V_e - V_a) = 0$$

$$V_a - V_b = -V_g$$
$$V_b - V_c = I \cdot R_g$$

$V_c - V_d = V_e - V_a = I \cdot 0 = 0$ al ser un conductor ideal el que une ***c - d*** y ***e – a***

$$V_d - V_e = I \cdot R_L$$

Sustituyendo en la primera ecuación resulta:

$$-V_g + I \cdot R_g + 0 + I \cdot R_L + 0 = 0 \qquad V_g = I \cdot (R_g + R_L) \qquad I = \frac{V_g}{R_g + R_L} \, .$$

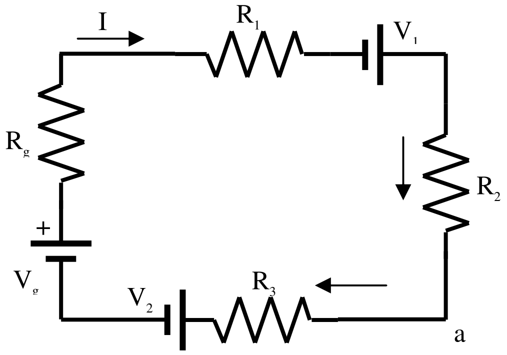
Si se recorre la malla en sentido contrario el resultado debe ser el mismo. Se recomienda su comprobación por parte del alumno.

Como normas generales podemos decir que:

- La polaridad de la diferencia de potencial en extremos de un generador de tensión está marcada por el mismo.
- En una resistencia el punto por donde entra la corriente tiene más potencial o es más positivo que por donde sale.
- Un generador de corriente en una rama impone el sentido y el valor de la corriente por la misma.

Con estas normas ya podemos saltarnos algunos pasos de los dados anteriormente, diciendo que para escribir la ecuación de una malla recorremos ésta desde un punto hasta volver al mismo, poniendo las tensiones de los generadores en función del signo del terminal que nos encontremos (teniendo en cuenta que en el símbolo de la batería el terminal positivo es el más largo de los dos), y en las resistencias potenciales positivos si la intensidad va en el mismo sentido que nosotros y negativo si lo hace en sentido contrario. La resistencia interna de los generadores se trata como una resistencia más del circuito.

En el circuito siguiente tenemos una malla formada por cuatro resistencias y tres generadores.



Como los generadores están en distinto sentido no podemos conocer de antemano el sentido de ***I***. Fijamos un sentido, el que deseemos. Como se ve en la figura, se ha seleccionado saliendo de V_g y de V_1 y entrando en V_2.

Para escribir la ecuación de la malla siguiendo las normas anteriores partimos del punto ***a*** y recorremos el circuito en el mismo sentido que ***I***. Resulta entonces:

$$I \cdot R_3 + V_2 + (-V_g) + I \cdot R_g + I \cdot R_1 + (-V_1) + I \cdot R_2 = 0 .$$

Las tensiones en las resistencias son todas positivas porque al desplazarnos por la malla la intensidad va en el mismo sentido que nosotros. En los generadores nos encontramos con el terminal positivo de V_2 y los negativos de V_g y V_1.

Despejando ***I*** resulta:

$$I = \frac{V_g + V_1 - V_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_g} .$$

Si el valor de ***I*** resulta positivo, entonces el sentido elegido corresponde con el real en el circuito. Si resulta negativo, la corriente circulará en sentido contrario, hecho que indicamos con el signo menos sin necesidad de cambiar el sentido de la flecha en el circuito.

En el caso de circuitos con más mallas, la única diferencia con el análisis anterior consistirá en que por cada rama circularán corrientes distintas, pero el procedimiento a seguir es el mismo.

En un circuito más complejo podremos escribir tantas ecuaciones de malla como ramas menos nudos más una, o sea ***r – n + 1***, siendo:

r = número de ramas

n = número de nudos de la red.

Si se escriben más no serán ecuaciones linealmente independientes.

Si en una rama de una malla encontramos un generador de intensidad, éste marca la intensidad por la misma, por lo que no es necesario poner una variable para la intensidad en esa rama. Si escribimos la ecuación de una malla donde en una rama tenemos un generador de intensidad, debemos poner como variable la tensión entre terminales de dicho generador, ya que no la conoceremos de antemano.

1.3.4 PROCEDIMIENTO GENERAL

El procedimiento general a seguir para aplicar las reglas anteriores es el siguiente, suponiendo un circuito con dos o más mallas:

1.- Poner las corrientes de rama en los sentidos que se estimen oportunos. Si en la rama hay un generador de tensión lo más habitual es ponerla saliendo del terminal de mayor potencial. Si hay un generador de corriente, ya está fijada por el mismo. Si no hay generadores, en el sentido que nos resulte más cómoda.

2.- Escribir las ecuaciones de nudo. Recordar que se pueden escribir tantas como nudos menos uno.

3.- Escribir las ecuaciones de malla. Recordar que se pueden escribir tantas como ramas menos nudos más una.

4.- Resolver el sistema resultante, obteniendo las intensidades de rama y, a partir de éstas, las tensiones de los distintos elementos del circuito, las potencias puestas en juego, etc.

Hay otras formas de resolver circuitos utilizando corrientes de malla (método de las mallas), en lugar de las de rama, en cuyo caso solamente es necesario escribir las ecuaciones de malla. Este método, que parece más sencillo porque resultan menos ecuaciones, implica prestar mucha atención a las ecuaciones en las ramas compartidas por varias mallas, ya que en ellas se suman o restan las corrientes. Utilizar corrientes de rama implica mayor número de ecuaciones pero suele ser más seguro porque hay menos posibilidades de error al escribirlas.

Otro método útil es el de la tensiones de nudo. En circuitos sencillos es muy rápida la solución, y se utilizan solamente ecuaciones de nudos. Veremos algunos ejemplos de ambos métodos.

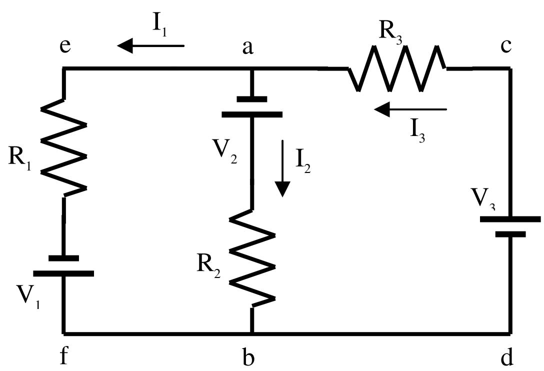
Ejemplo 14.- En el circuito de la figura, si R_1= 4 Ω, R_2= 2 Ω, R_3= 3 Ω y los generadores V_1= 2 V, V_2= 1 V y V_3= 3 V. Calcular las intensidades en cada rama, la tensión V_{ab}, y la potencia disipada en las resistencias y entregada por los generadores.

Siguiendo las recomendaciones anteriores, se establecen las intensidades de rama I_1, I_2 e I_3, se escriben las ecuaciones de nudo, las de malla y se resuelve el sistema. En el circuito hay dos nudos ***a*** y ***b***, por lo que se puede escribir solamente una ecuación de nudo. También hay tres ramas, por lo que se pueden escribir dos ecuaciones de malla. Estas dos mallas serían, una, la que sigue los puntos ***acdba***, y la otra, la que sigue los puntos ***abfea***. Habría una tercera malla formada por la trayectoria externa del circuito, dada por los puntos ***eacdbfe,*** pero como solamente podemos escribir dos ecuaciones de malla nos quedamos con las dos primeras.

Escribimos la ecuación del nudo **a**

$I_3 = I_1 + I_2$ o de otra forma

$\sum I = 0 = I_3 - I_1 - I_2$.



Escribimos las 2 ecuaciones de malla.

Empezamos por la malla ***abfea*** en el punto ***f*** y recorriéndola en el sentido de las agujas del reloj, encontramos el terminal positivo de V_1, en R_1, que I_1 viene en sentido contrario en R_1, el terminal negativo de V_2 y que en R_2 la I_2 va en el mismo sentido, resultando la ecuación:

$$V_1 - I_1 \cdot R_1 - V_2 + I_2 \cdot R_2 = 0 \qquad V_1 - V_2 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 .$$

En la malla ***acdba*** y empezando en ***a*** en el sentido de las agujas del reloj, resulta la ecuación:

$$-I_3 \cdot R_3 + V_3 - I_2 \cdot R_2 + V_2 = 0 \qquad V_2 + V_3 = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 .$$

Como se ve hay tres ecuaciones, una de nudo y dos de malla, con tres incógnitas. Sustituyendo valores resultan las ecuaciones:

$$I_3 = I_1 + I_2$$

$$2 - 1 = 4 \cdot I_1 - 2 \cdot I_2 \qquad 1 = 4 \cdot I_1 - 2 \cdot I_2$$

$$1 + 3 = 2 \cdot I_2 + 3 \cdot I_3 \qquad 4 = 2 \cdot I_2 + 3 \cdot I_3 = 2 \cdot I_2 + 3 \cdot (I_1 + I_2) = 3 \cdot I_1 + 5 \cdot I_2 .$$

Resolviendo el sistema se obtienen los valores siguientes:

$I_1 = 0{,}5A \qquad I_2 = 0{,}5A \qquad I_3 = 1A$.

Al ser todas positivas los sentidos elegidos son los correctos.

Para calcular la tensión $\boldsymbol{V_{ab}}$ aplicamos las mismas normas que para escribir las ecuaciones de mallas pero limitándonos al recorrido desde ***a*** hasta ***b*** por la rama o ramas que encontremos en el camino. Este valor es independiente del camino utilizado, y evidentemente debemos elegir aquél que sea más corto, ya que resultará también el más sencillo.

En nuestro caso, para ir desde ***a*** a ***b*** podemos ir directamente por la rama del centro o bien por cualquiera de las ramas laterales, resultando las ecuaciones siguientes:

$$V_{ab} = I_1 \cdot R_1 - V_1 = -V_2 + I_2 \cdot R_2 = -I_3 \cdot R_3 + V_3 = 0{,}5 \cdot 4 - 2 = -1 + 0{,}5 \cdot 2 = -1 \cdot 3 + 3 = 0V$$

Es decir, entre ***a*** y ***b*** tenemos una diferencia de potencial $\boldsymbol{V_{ab} = 0}$ voltios.

La potencia disipada en las resistencias será:

$$P_R = I_1^{\,2} \cdot R_1 + I_2^{\,2} \cdot R_2 + I_3^{\,2} \cdot R_3 = 0{,}5^2 \cdot 4 + 0{,}5^2 \cdot 2 + 1^2 \cdot 3 = 1 + 0{,}5 + 3 = 4{,}5W\ .$$

La potencia entregada por los generadores será:

$$P_g = V_1 \cdot I_1 + V_2 \cdot I_2 + V_3 \cdot I_3 = 2 \cdot 0{,}5 + 1 \cdot 0{,}5 + 3 \cdot 1 = 1 + 0{,}5 + 3 = 4{,}5W\ .$$

Se observa que $P_R = P_g$, como debe ser por el principio de conservación de la energía.

1.4 TEOREMAS DE CIRCUITOS: THÉVENIN, NORTON Y SUPERPOSICIÓN

Estos teoremas permiten simplificar circuitos o parte de los mismos, de forma que esa parte a simplificar pueda ser sustituida por una más sencilla, y de esta forma resultar más fácil la resolución global del mismo. El circuito resultante es equivalente al original para los elementos o circuitos conectados a él.

1.4.1 RESISTENCIA EQUIVALENTE

A veces es necesario calcular la resistencia equivalente entre dos terminales de un circuito, que puede contener resistencias y generadores de cualquier tipo. Para calcular esta resistencia lo primero que debemos hacer es eliminar los generadores para lo cual seguimos las reglas siguientes:

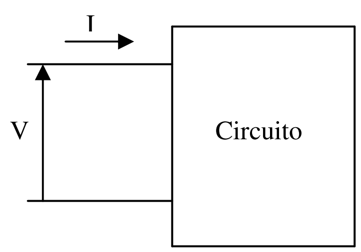
- Los generadores de tensión ideales los sustituimos por un cortocircuito.
- Los generadores de tensión reales se sustituyen únicamente por su resistencia interna, cortocircuitando el generador ideal.
- Los generadores de corriente ideales los eliminamos, dejando sus terminales en circuito abierto.
- Los generadores de corriente reales se deja únicamente su resistencia interna, eliminando el generador ideal.

Una vez realizadas estas operaciones, lo más habitual es que resulte una combinación de resistencias, donde, hallando los equivalentes serie y paralelo, se llega obtener la $\boldsymbol{R_{eq}}$ del conjunto.

Si esto no es posible, porque resulta una combinación donde no hay series ni paralelos, se debe proceder aplicando al circuito una tensión $\boldsymbol{V}$ y calculando la $\boldsymbol{I}$ de entrada, o viceversa, como se ve en la figura, utilizando para ello las reglas de Kirchhoff. La resistencia equivalente es por definición:

$$R_{eq} = \frac{V}{I}.$$

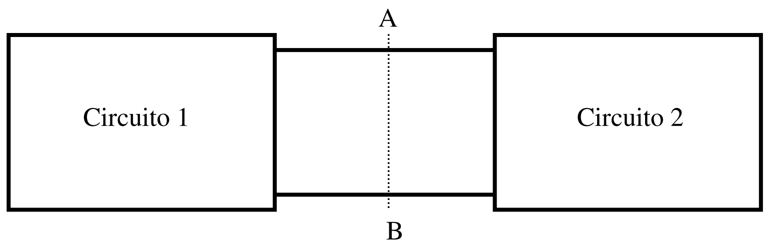
El valor de $\boldsymbol{V}$ o $\boldsymbol{I}$ aplicada es indiferente.



1.4.2 TEOREMA DE THÉVENIN

Sea un circuito, que dividimos en dos partes llamadas **Circuito 1** y **Circuito 2**. Estos circuitos estarán conectados por dos terminales, como se ve en la figura. El **Circuito 2** puede ser simplemente una resistencia, un circuito abierto o un circuito tan complejo como se desee. El teorema de Thévenin dice que un circuito o red puede sustituirse por un generador de tensión de $\boldsymbol{V_{TH}}$ con una resistencia interna $\boldsymbol{R_{TH}}$. Este generador se conoce como generador equivalente de Thévenin.

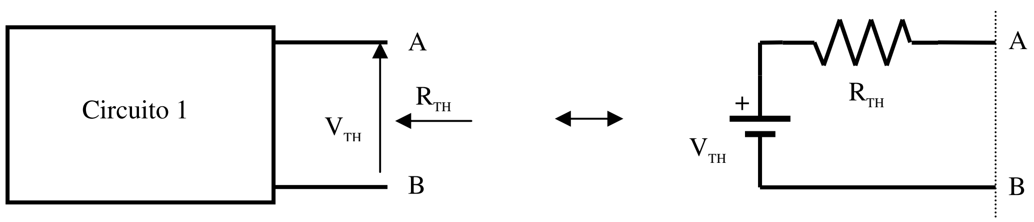
En las figuras siguientes se puede seguir la secuencia de acciones para obtener el generador equivalente de Thévenin.



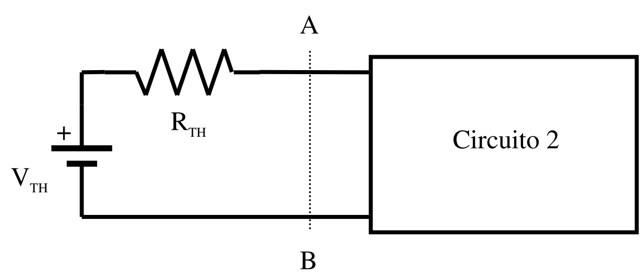
Para calcular el generador equivalente de Thévenin del **Circuito 1** se separa éste del **Circuito 2** por los puntos $\boldsymbol{A - B}$ y se procede como sigue:

$\boldsymbol{V_{TH}}$ es la tensión entre ***A*** y ***B*** del **Circuito 1** cuando el **Circuito 2** está desconectado, o lo que es lo mismo con el **Circuito 1** en circuito abierto. Para obtener el valor de esta diferencia de potencial utilizaremos las reglas de Kirchhoff.

$\boldsymbol{R_{TH}}$ es la resistencia equivalente del **Circuito 1** entre ***A*** y ***B***. Para calcular esta resistencia seguiremos el procedimiento estudiado en el apartado anterior.



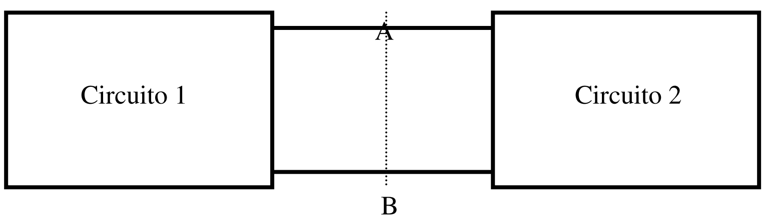
El resultado final es el de la figura, donde se observa que en el nuevo circuito se sustituye el **Circuito 1** por su equivalente de Thévenin. Para los cálculos de distintas variables en el **Circuito 2** no hay diferencia entre disponer del original **Circuito 1** o de su equivalente. De esta forma se reduce la complejidad del circuito original.



1.4.3 TEOREMA DE NORTON

Sea un circuito, que dividimos en dos partes llamadas **Circuito 1** y **Circuito 2**. Estos circuitos estarán conectados por dos terminales, como se ve en la figura. El **Circuito 2** puede ser de nuevo simplemente una resistencia, un circuito abierto o un circuito tan complejo como se desee. El teorema de Norton dice que un circuito o red puede sustituirse por un generador de corriente de ***cm (corriente motriz)*** $\boldsymbol{I_N}$ con una resistencia interna $\boldsymbol{R_N}$. Este generador se conoce como generador equivalente de Norton.

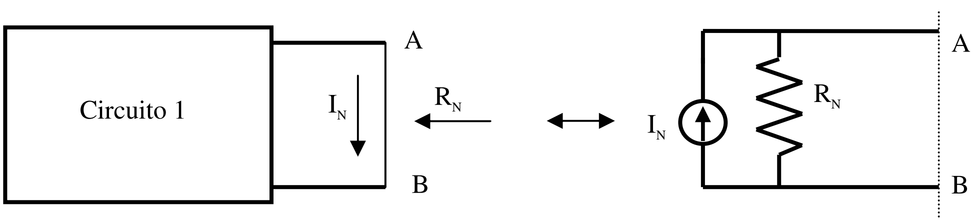
En las figuras siguientes se puede seguir la secuencia de acciones para obtener el generador equivalente de Norton.



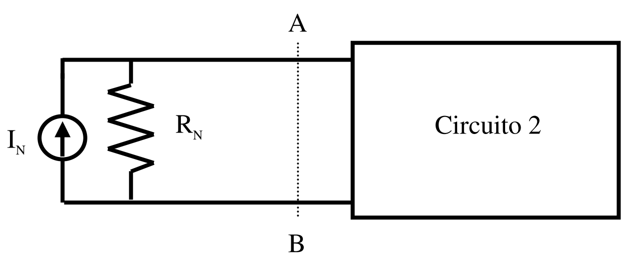
Para calcular el generador equivalente de Norton, se separa el **Circuito 1** del **Circuito 2** por los puntos ***A – B*** y se procede como sigue:

$\boldsymbol{I_N}$ es la corriente desde ***A*** a ***B*** del **Circuito 1** en cortocircuito, es decir, unidos por un conductor ideal. Para obtener el valor de esta corriente utilizaremos las reglas de Kirchhoff.

$\boldsymbol{R_N}$ es la resistencia equivalente del **Circuito 1** entre ***A*** y ***B***. Para calcular esta resistencia seguiremos el procedimiento estudiado en el apartado 9.



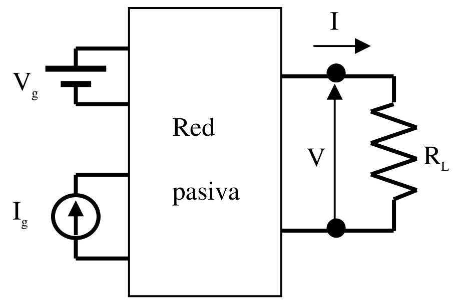
El resultado final es el de la figura, donde se observa que en el nuevo circuito se sustituye el **Circuito 1** por su equivalente de Norton. Para los cálculos de variables en el **Circuito 2** no hay diferencia entre disponer del **Circuito 1** original o de su equivalente. De esta forma se reduce la complejidad del circuito original.



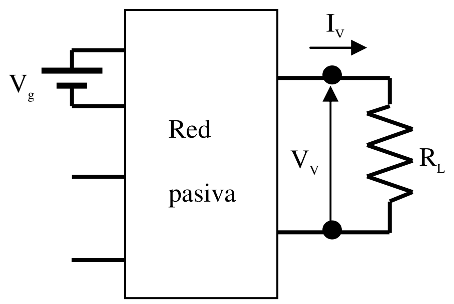
1.4.4 TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN

La respuesta de un circuito lineal, con varias fuentes de energía funcionando simultáneamente, se puede obtener hallando la respuesta para cada una de las fuentes de forma individual, y por último sumar las respuestas individuales para obtener la respuesta completa. Para hallar la respuesta de uno de los generadores, los otros que integran el circuito deben ser sustituidos por un cortocircuito los de tensión y por un circuito abierto los de corriente, permaneciendo en ambos casos las resistencias internas en caso de generadores reales.

Sea el circuito de la figura, donde deseamos obtener la I y V en R_L. El circuito dispone de un generador de tensión y uno de corriente.

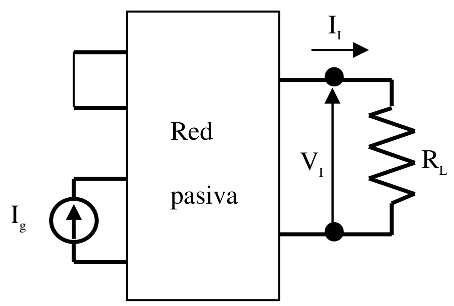


En primer lugar vamos a obtener la respuesta debida al generador V_g, que llamamos I_V y V_V. El generador de corriente I_g se elimina dejando sus terminales en circuito abierto, por ser un generador de corriente.



Con este circuito y utilizando las reglas de Kirchhoff u otro método, se obtienen los valore de I_V y V_V. Evidentemente este circuito será más sencillo de analizar que el que tiene ambos generadores.

En segundo lugar, vamos a obtener la respuesta debida al generador I_g, que llamamos I_I y V_I. El generador de tensión V_g se cortocircuita uniendo sus terminales con un conductor ideal.



Con este circuito y utilizando las reglas de Kirchhoff u otro método, se obtienen los valore de I_I y V_I. Evidentemente este circuito será más sencillo de analizar que el que tiene ambos generadores.

Una vez obtenidos los resultados individuales, el resultado completo será:

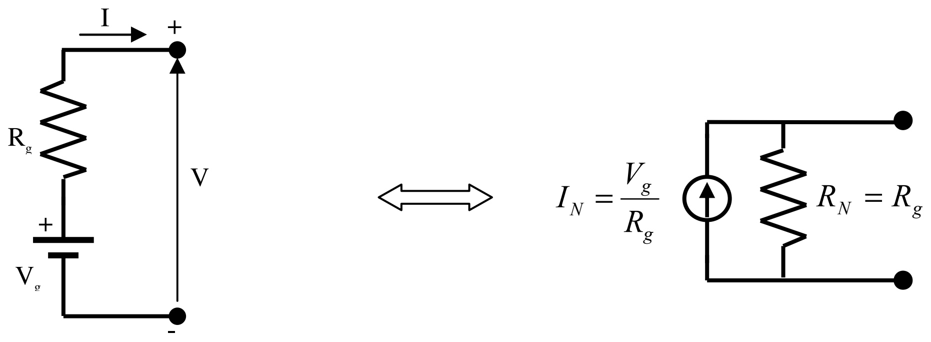
$I = I_V + I_I$ y $V = V_V + V_I$.

1.5 EQUIVALENCIA DE GENERADORES

Decimos que dos generadores son equivalentes cuando entregan la misma tensión y corriente a cualquier carga conectada entre sus terminales.

Utilizando los teoremas anteriores se puede obtener fácilmente el generador de corriente equivalente a uno de tensión y viceversa.

Sea el generador de tensión real de la figura. Si aplicamos el teorema de Norton obtenemos el generador de corriente equivalente, con lo valores siguientes:

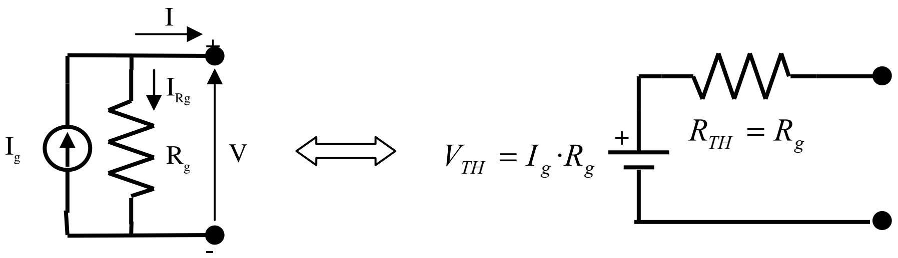


Como ya se ha visto, $\boldsymbol{I_N}$ es la corriente que circula por el cortocircuito entre los terminales del circuito del que se desea obtener su equivalente. En este caso como se ve en la figura siguiente, escribiendo la ecuación de la malla resulta: $I_N = \frac{V_g}{R_g}$.

$\boldsymbol{R_N}$ es la resistencia equivalente entre terminales con el generador $\boldsymbol{V_g}$ cortocircuitado. Es evidente que $R_N = R_g$.

Entonces, el generador de corriente equivalente a uno real de tensión es un generador de corriente real, con resistencia interna idéntica a la del generador de tensión, y cuyo generador de corriente tiene el valor de V_g / R_g.

Sea ahora un generador real de corriente. Aplicando el teorema de Thévenin se obtiene el circuito equivalente, que viene dado por un generador real de tensión, con los valores que se muestran en el circuito.



Los valores anteriores se obtienen rápidamente aplicando el teorema de Thévenin, utilizando los circuitos siguientes. La tensión $\boldsymbol{V_{TH}}$ es la tensión en circuito abierto entre los terminales del generador de corriente, en cuyo caso la $\boldsymbol{I_g}$ pasa toda por $\boldsymbol{R_g}$ y entonces $V_{TH} = I_g \cdot R_g$.